Уважаемые студенты

Вам необходимо выполнить задание:

1. Внимательно изучить теоретический материал.

2. Выполнить задания и решить задачи к практической работе.

3. Выполненное задание предоставить на проверку в виде фотоотчета в трехдневный срок на email: xvsviv@rambler.ru

С уважением Светлана Ивановна Хвастова. Если возникнут вопросы, обращаться по телефону: +79591389311 (ватсап, телеграмм).

Практическое занятие. Производная: механический и геометрический смысл. Уравнение касательной в общем виде.

Цель работы: формирование знаний по теме «Производная», формировать навыки составления уравнения касательной к графику функции.

§1. Понятие производной.

Рассмотрим функцию y=f(x), определенную в некоторой окрестности точки x_0. Пусть x – некоторая точка из этой окрестности. Обозначим, как обычно, через Δx приращение аргумента:

$\Delta x = x - x_0$,

а через Δy – соответствующее приращение функции (рис. 1):

$\Delta y = f(x) - f(x_0)$.

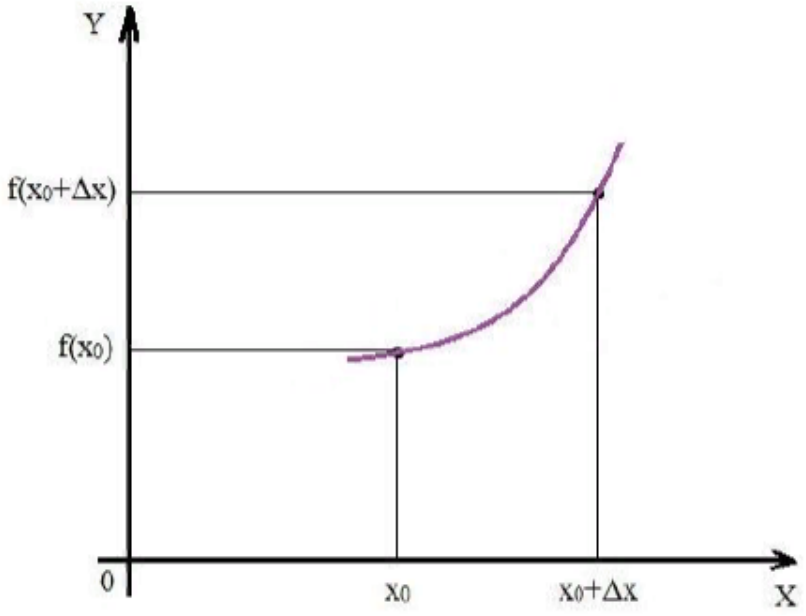

Рис. 1. Приращение аргумента и приращение функции.

Опр. *Производной функции* $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, при стремлении последнего к нулю:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Если

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \infty,$$

говорят что функция $f(x)$ имеет в точке x_0 бесконечную производную:

$$f'(x_0) = \infty.$$

Если говорят, что функция имеет производную в точке x_0, обычно (если не оговорено обратное) подразумевают, что эта производная конечна.

Производная функции в точке есть число. Однако, если производная функции $f(x)$ существует в любой точке некоторого интервала (в частности, на R), она определяет некоторую новую функцию $R \to R$ $\varphi(x) = f'(x)$. Нахождение производной заданной функции называется *дифференцированием*.

4. Применение правил дифференцирования и формул производных к решению задач.

Приведём сводную таблицу.

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x), \quad (cf(x))' = cf'(x),$ $(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x),$ $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{g^2(x)},$ $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$
$((x)^p)' = px^{p-1}, \quad (e^x)' = e^x, \quad (\ln x)' = \dfrac{1}{x},$ $(a^x)' = a^x \ln a, \quad (\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a},$ $(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x.$

Алгоритм составления уравнения касательной

1. ***Запишите уравнение касательной к графику функции*** $y = f(x)$ ***в точке с абсциссой*** x_0 ***в общем виде.***
2. ***Найдите производную функции*** $y=f(x)$.
3. ***Вычислите значение производной***

   $y_0 = f^{|}(x_0)$
4. ***Вычислите значение функции в точке*** x_0

   $y_0 = f(x_0)$
5. ***Подставьте найденные значения в уравнение касательной***

Задача 4 Найти производную функции:

1) $f(x) = \sin(2x + 1) - 3\cos(1 - x)$;

2) $f(x) = e^{-3x}\sin(5x - 1)$; 3) $f(x) = \dfrac{\ln 3x}{x + 1}$.

▶ 1) $f'(x) = 2\cos(2x + 1) - 3\sin(1 - x)$;

2) $f'(x) = -3e^{-3x}\sin(5x - 1) + 5e^{-3x}\cos(5x - 1)$;

Итак, уравнение касательной $y = f'(x_0)\,x + f(x_0) - f'(x_0)\,x_0$, или

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad \bigcirc \qquad (3)$$

Задача 3 Найти уравнение касательной к графику функции $y = \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$.

▶ Найдём значения функции $f(x) = \cos x$ и её производной в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$:

$$f(x_0) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad f'(x_0) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

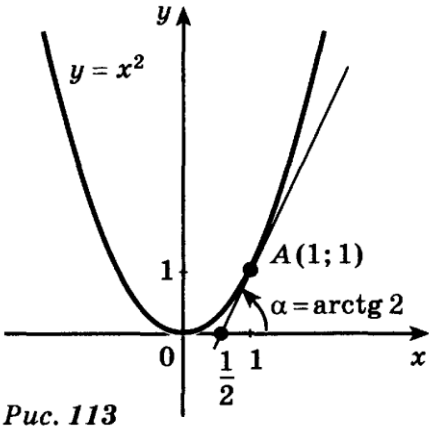

Рис. 113

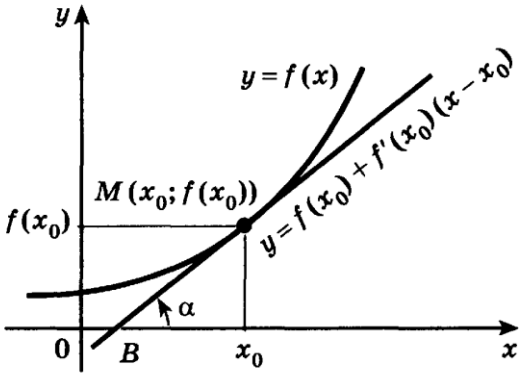

Рис. 114

Задания для выполнения:

Ответить на вопросы:

а) Дайте определение касательной к кривой в данной точке.

б) Что такое угловой коэффициент касательной?

в) В чем заключается геометрический смысл производной функции?

г) Напишите уравнение касательной к кривой в данной точке.

д) В чем заключается механический смысл производной?

<u>Задачи к практической работе</u>

1. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$ в точке с абсциссой $x = 1$ равен:

а) –1; б) $-2\frac{2}{3}$; в) 1; г) $\frac{1}{3}$.

2.Составить уравнение касательной к графику функции в заданной точке с абсциссой $x_0=2$: $Y=3x^3-x$. В ответ записать полученное уравнение.