УВАЖАЕМЫЕ СТУДЕНТЫ!
Выполните задание к лекции:

- Изучить теорию;
- Написать краткий конспект (таблицы можно распечатать и вложить в конспект);
- Примеры разобрать и переписать;

Результаты работы, фотоотчет, предоставить преподавателю на e-mail: v.vika2014@mail.ru

При возникновении вопросов по приведенному материалу обращаться по следующему номеру телефона: (072)11744922

ВНИМАНИЕ!!! При отправке работы, не забывайте указывать ФИО студента, наименование дисциплины, дата проведения занятия (по расписанию).

Тема: Представление чисел в ЭВМ: естественная и нормальная формы. Форматы хранения чисел в ЭВМ.

Формирование представления информации называется ее *кодированием*. В более узком смысле под кодированием понимается переход от исходного представления информации, удобного для восприятия человеком, к представлению, удобного для хранения, передачи и обработки. В этом случае обратный переход называется *декодированием*.

Информация в памяти ЭВМ записывается в форме цифрового двоичного кода.

В ЭВМ применяются две формы представления чисел:

• естественная форма, или форма с фиксированной запятой (точкой) — ФЗ (ФТ);

• нормальная форма, или форма с плавающей запятой (точкой) - ПЗ (ПТ).

Фиксированная запятая (точка). В форме представления с *фиксированной запятой (точкой)* числа изображаются в виде последовательности цифр с постоянным для всех чисел положением запятой, отделяющей целую часть от дробной.

Например, пусть числа представлены в десятичной системе счисления и имеют пять разрядов в целой части числа (до запятой) и пять в дробной части (после запятой). Числа, записанные в такую разрядную сетку, имеют вид:

+00721.35500.

+00000.00328.

-10301.20260.

Эта форма наиболее проста, естественна, но имеет небольшой диапазон представления чисел и поэтому чаще всего неприемлема при вычислениях.

В компьютерах естественная форма представления используется как вспомогательная и только для целых чисел.

В памяти ЭВМ числа с фиксированной точкой хранятся в трех форматах:

а) полуслово — это обычно 16 бит, или 2 байта;

б) слово — 32 бита, или 4 байта;

в) двойное слово — 64 бита, или 8 байтов.
Отрицательные числа с ФТ записываются в разрядную сетку в дополнительных кодах, которые образуются прибавлением единицы к младшему разряду обратного кода. Обратный код получается заменой единиц на нули, а нулей на единицы в прямом двоичном коде.

Плавающая запятая (точка). Вформе представления с плавающей запятой (точкой) число изображается в виде двух групп цифр:

• мантисса;

• порядок.

При этом абсолютная величина мантиссы должна быть меньше 1, а порядок должен быть целым числом. В общем виде число в форме с плавающей запятой может быть представлено так:

$N=\pm M*P^{\pm r}$,

где M — мантисса числа ($|M\backslash < 1$); r — порядок числа (целое число); P — основание системы счисления.

Например, приведенные ранее числа в нормальной форме запишутся следующим образом:

$+0,721355 *10^3$;

$+0,328 * 10^{-3}$;

$-0,103012026 * 10^5$.

Нормальная форма представления обеспечивает большой диапазон отображения чисел и является основной в современных компьютерах.

Следует заметить, что все числа с плавающей запятой хранятся в машине в так называемом *нормализованном* виде. *Нормализованным* называют такое число, старший разряд мантиссы которого больше нуля. У нормализованных двоичных чисел, следовательно, $0,5 < | M\backslash < 1$.

Нормализованные, т. е. приведенные к правильной дроби, числа:

$10,35_{10} = 0,1035_{10} * 10^{+2}$;

$0,00007245_8 = 0,7245_8 * 8^{-4}$;

$F5C,9B_{16} = 0,F5C9B_{,6} * 16^{+3}$;

В памяти ЭВМ числа с ПТ хранятся в двух форматах:

• слово — 32 бита, или 4 байта;

• двойное слово — 64 бита, или 8 байт.

Разрядная сетка для чисел с ПТ имеет следующую структуру:

• нулевой разряд — это знак числа (0 — «минус», 1 — «плюс»);

• с 1 по 7 разряд записывается порядок в прямом двоичном коде, пустые разряды заполняются нулями. В первом разряде указывается знак порядка (1 — «плюс» или 0 — «минус»);

• с 8 по 31 (63) указывается мантисса, слева направо без нуля целых в прямом двоичном коде и для отрицательных чисел и пустые разряды заполняются нулями.

Выполнение арифметических действий в любых позиционных системах счисления производится по тем же правилам, которые используются в десятичной системе счисления.
Так же, как и в десятичной системе счисления, для выполнения арифметических действий необходимо знать таблицы сложения (вычитания) и умножения.
Таблица сложения, вычитания и умножения для двоичной системы счисления

Сложение	Вычитание	Умножение
0 + 0 = 0	0 — 0 = 0	0 · 0 = 0
0 + 1= 1	1 — 0 = 1	0 · 1 = 0
1 + 0 = 1	1 — 1 = 0	1 · 0 = 0
1 + 1 = 10	10 — 1 = 1	1 · 1 = 1

Сложение двоичных чисел

Сложение в двоичной системе счисления выполняется по тем же правилам, что и в десятичной. Два числа записываются в столбик с выравниванием по разделителю целой и дробной части и при необходимости дополняются справа незначащими нулями. Сложение начинается с крайнего правого разряда. Две единицы младшего разряда объединяются в единицу старшего.
Пример: $1011,1_2 + 1010,11_2$

```
 1←  1← 1← 1←
  1 0 1 1,1 0
+ 1 0 1 0,1 1
-------------
1 0 1 1 0,0 1
```

Интересна также ситуация, когда складываются больше двух чисел. В этом случае возможен перенос через несколько разрядов.

Пример: $111{,}1_2 + 111_2 + 101{,}1_2$

```
    1 ← ←
      0 ←
        1 ←
        1 ← ←
          0 ← 1←
        1 1 1,1
   +    1 1 1,0
        1 0 1,1
   -------------
    1 0 1 0 0,0
Разряды:  4 3 2 1 0 -1
```

При сложении в разряде единиц (разряд 0) оказывается 4 единицы, которые, объединившись, дают 100_2. Поэтому из нулевого разряда в первый разряд переносится 0, а во второй — 1.

Аналогичная ситуация возникает во втором разряде, где с учетом двух перенесенных единиц получается число $5 = 101_2$. 1 остается во втором разряде, 0 переносится в третий и 1переносится в четвёртый.

Вычитание двоичных чисел

В случаях, когда занимается единица старшего разряда, она дает две единицы младшего разряда. Если занимается единица через несколько разрядов, то она дает по одной единице во всех промежуточных нулевых разрядах и две единицы в том разряде, для которого занималась.

Пример: $10110{,}01_2 — 1001{,}1_2$

```
  →10     → 1 →10
 1 0 1 1 0,0 1
-   1 0 0 1,1 0
---------------
    1 1 0 0,1 1
```

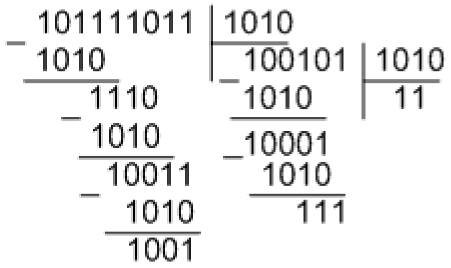
Умножение и деление двоичных чисел

```
 ×1101          _1000110 |111
   101            111    |1010
  ----           -----
  1101           _00111
+0000              111
1101               ---
------              00
100001

  13·5=65        70:7=10
```

Зная операции двоичной арифметики, можно переводить числа из двоичной

системы счисления в любую другую.
Пример: Перевести число 101111011_2 в десятичную систему счисления. Поскольку $10_{10} = 1010_2$, запишем



Полученные остатки, $1001_2 = 9_{10}$, $=111_2 = 7_{10}$, $11_2 = 3_{10}$. Искомое число $101111011_2 = 379_{10}$.

Арифметические операции для двоичных и шестнадцатеричных чисел выполняются по тем же правилам, что и для десятичных чисел. Рассмотрим на примерах выполнение таких арифметических операций, как сложение, вычитание и умножение для целых чисел.

Правила сложения. Правила сложения двоичных чисел представлены в таблице 1.

Правила сложения и умножения шестнадцатеричных чисел представлены в таблицах 2 и 3.

Таблица 1 – Сложение двоичных чисел

+	0	1
0	0	1
1	1	10

□	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица 2 – Сложение шестнадцатеричных чисел

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Таблица 3 – Умножение шестнадцатеричных чисел

□	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Пример 1. Сложить двоичные числа 1101 и 11011.

Процесс образования суммы по разрядам:

а) разряд 1: $1_2 + 1_2 = 10_2$; 0 остается в разряде 1, 1 переносится в разряд 2;

б) разряд 2: $0_2 + 1_2 + 1_2 = 10_2$, где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 2, 1 переносится в разряд 3;

в) разряд 3: $1_2 + 0_2 + 1_2 = 10_2$, где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 3, 1 переносится в разряд 4;

г) разряд 4: $1_2 + 1_2 + 1_2 = 11_2$, где третья 1_2 – единица переноса; 1 остается в разряде 4, 1 переносится в разряд 5;

д) разряд 5: $1_2 + 1_2 = 10_2$; где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 5, 1 переносится в разряд 6.

Таким образом: $1\,1\,0\,1_2 + 1\,1\,0\,1\,1_2 = 10\,1\,0\,0\,0_2$.

Проверим результат. Для этого определим полные значения слагаемых и суммы:

$1101_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$;

$11011_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27$;

$101000_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 32 + 8 = 40$.

Поскольку 13 + 27 = 40, двоичное сложение выполнено верно.

Пример 2. Сложить шестнадцатеричные числа 1C и 7B.

Процесс образования результата по разрядам:

а) разряд 1: $C_{16} + B_{16} = 17_{16}$; 7 остается в разряде 1; 1 переносится в разряд 2;

б) разряд 2: $1_{16} + 7_{16} + 1_{16} = 9_{16}$, где вторая 1_{16} – единица переноса.

Таким образом: $1\,C_{16} + 7\,B_{16} = 9\,7_{16}$.

Проверим результат. Для этого определим полные значения слагаемых и результата:

$1C_{16} = 1*16^1 + 12*16^0 = 16 + 12 = 28$;

$7B_{16} = 7*16^1 + 11*16^0 = 112 + 11 = 123$;

$97_{16} = 9*16^1 + 7*16^0 = 144 + 7 = 151$.

Поскольку 28 + 123 = 151, сложение выполнено верно.

Правила вычитания

При вычитании используются таблицы сложения, приведенные ранее.

Пример 3. Вычесть из двоичного числа 101 двоичное число 11.

Запишем алгебраические слагаемые в столбик в порядке «уменьшаемое – вычитаемое» и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

Процесс образования результата по разрядам:

а) разряд 1: 12 – 12 = 02;

б) разряд 2: поскольку 0 < 1 и непосредственное вычитание невозможно, занимаем для уменьшаемого единицу в старшем разряде 3. Тогда разряд 2 результата рассчитывается как 102 – 12 = 12;

в) разряд 3: поскольку единица была занята в предыдущем шаге, в разряде 3 остался 0.

Таким образом: 1 0 12 - 1 12 = 1 02.

Проверим результат. Для этого определим полные значения слагаемых и результата.

1012 = 5; 112 = 3; 102 = 2.

Поскольку 5 – 3 = 2, вычитание выполнено верно.

Пример 4. Вычесть из шестнадцатеричного числа 97 шестнадцатеричное число 7В.

Процесс образования результата по разрядам:

а) разряд 1: поскольку 716 < B16 и непосредственное вычитание невозможно, занимаем для уменьшаемого единицу в старшем разряде 2. Тогда 1716 – B16 = C16;

б) разряд 2: поскольку единица была занята в предыдущем шаге, разряд 2 уменьшаемого стал равным 816. Тогда разряд 2 результата рассчитывается как 816 – 716 = 116.

Таким образом: 9 716 - 7 B16 = 1 C16.

Для проверки результата используем данные из примера 2.

Таким образом, вычитание выполнено верно.

Правила умножения

Пример 5. Перемножить двоичные числа 101 и 11.

Процесс образования результата по шагам умножения множимого на каждый разряд множителя с последующим сложением:

а) умножение множимого на разряд 1 множителя дает результат: $101_2 * 1_2 = 101_2$;

б) умножение множимого на разряд 2 множителя дает результат: $101_2 * 1_2 = 101_2$;

в) для получения окончательного результата складываем результаты предыдущих шагов: 1111_2

Для проверки результата найдем полные значения сомножителей и произведения:

$101_2 = 5$; $11_2 = 3$; $1111_2 = 15$.

Поскольку 5 * 3 = 15, умножение выполнено верно: $101_2 * 11_2 = 1111_2$.

Пример 6. Перемножить шестнадцатеричные числа 1С и 7В.

Используем таблицу 2.

Процесс образования результата по шагам умножения множимого на каждый разряд множителя с последующим сложением:

а) умножение на разряд 1 дает результат:

1С*В = (10+С) * В = 10*В+С*В = (1*В)*10+С*В = В0+84 = 134;

б) умножение на разряд 2 дает результат:

1С*70 = (10+С)*7*10 = 10*7*10+С*7*10 = 700+540 = С40;

в) для получения окончательного результата складываем результаты предыдущих шагов:

134+ С40 = D74.

Для проверки результата найдем полное значение сомножителей и произведения, воспользовавшись результатами примера 2 и правилами формирования полного значения числа:

$1C_{16} = 28$; $7B_{16} = 123$;

$D74_{16} = 13*16^2 + 7*16^1 + 4*16^0 = 3444$.

Поскольку 28 * 123 = 3444, умножение выполнено верно: $1C_{16} * 7B_{16} = D74_{16}$.