УВАЖАЕМЫЕ СТУДЕНТЫ!

Изучите и законспектируйте новый теоретический материал тезисно по плану лекции,

Подготовьте 5 контрольных вопросов к лекции и выделите ответы к ним в своем конспекте.

Результаты работы, фотоотчет, предоставить преподавателю на e-mail:

xvsviv@rambler.ru в трехдневный срок с момента получения задания.

При возникновении вопросов по приведенному материалу

обращаться по следующим номерам телефонов:072-138-93-11.

ВНИМАНИЕ!!! При отправке работы, не забывайте указывать ФИО студента, наименование дисциплины, дата проведения занятия (по расписанию).

Тема: ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Рис.1

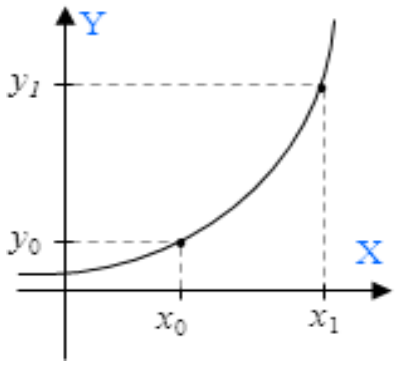
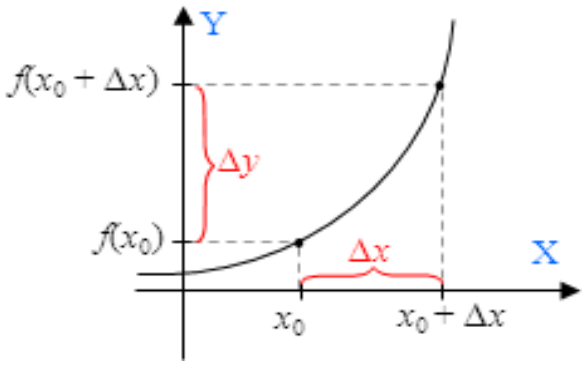


Рис.2



Пусть дан график некоторой функции y = f(x) (рис. 1). Отметим на оси Ox две точки x_0 и x_1. Разность $x_1 - x_0$ называют **приращением аргумента** и обозначают Δx (т.е. $x_1 - x_0 = \Delta x$, откуда $x_1 = \Delta x + x_0$) (рис. 2), а разность $f(x_1) - f(x_0)$ называют **приращением функции** и обозначают Δf.

Приращение аргумента: $\Delta x = x_1 - x_0$

Приращение функции: $= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

<u>Определение</u>: **производной функции f в точке x_0** называется число, к которому стремится разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ при Δx стремящемся к нулю.

<u>Обозначение</u>: производная обозначается штрихом, т.е. записывается $f'(x_0)$ и читается «*эф штрих от x_0*».

Сравним две записи:

$f(x_0)$ - это функция; $f'(x_0)$ - а это производная функции (т.к. рядом с *f* стоит «штрих»).

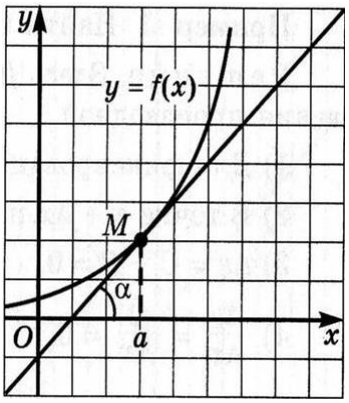
<u>Пример</u>: Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = \frac{x^2}{2}$, $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}1$.

Решение: приращение функции находится по формуле: $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. Т.е., чтобы найти Δf нужно в $f(x) = \frac{x^2}{2}$ вместо x <u>сначала</u> подставить $(x_0 + \Delta x)$, в нашем примере это будет

$\frac{(2+0{,}1)^2}{2}$; <u>а затем</u> x_0, в нашем примере это будет $\frac{2^2}{2}$ и составить их разность, получим $\Delta f = \frac{(2+0{,}1)^2}{2} - \frac{2^2}{2}$; теперь остается вычислить: $\Delta f = \frac{(2{,}1)^2}{2} - \frac{4}{2} = \frac{4{,}41}{2} - 2 = 2{,}205 - 2 = 0{,}205$.

Ответ: $\Delta f = 0{,}205$.

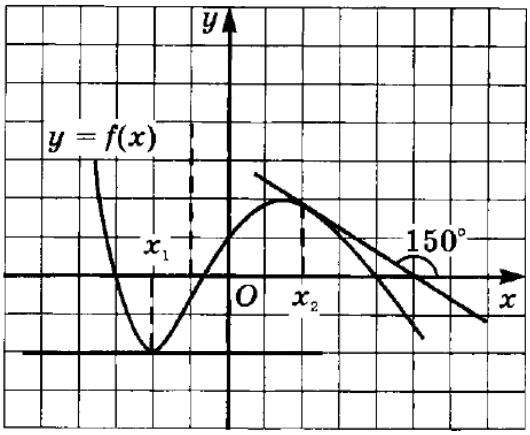
Геометрический смысл производной



Пусть дан график некоторой функции y = f(x) (см. рис.). Отметим точку M и проведем через нее касательную к графику функции. Обозначим через α «альфа» угол между этой касательной и положительным направлением оси Ox.

Геометрический смысл производной заключается в том, что производная функции в данной точке (точка *a* на рис.) равна тангенсу угла между касательной, проведенной через эту точку (точку M) и положительным направлением оси Ox.

В виде формулы это записывается так: $f'(x_0) = tg\alpha$ *(формулу обводим в рамку, будем ею пользоваться)*.



<u>*Пример*</u>: Функция y = f(x) задана графиком, изображенном на рисунке. Определите значения $f'(x_1)$ и $f'(x_2)$.

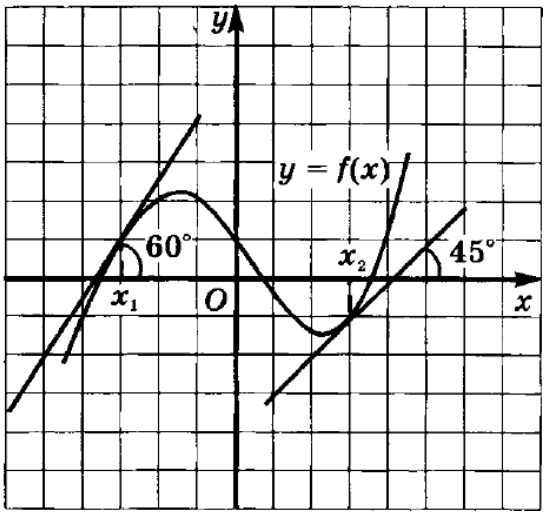
Решение: производная функции в точке x_1, т.е. $f'(x_1)$ равна тангенсу угла между касательной, проведенной через эту точку и положительным направлением оси Ox (геометрический смысл производной). На рисунке видим, что касательная, проведенная через точку x_1 параллельна оси Ox, а это значит, что угол между этой касательной и положительным направлением оси Ox равен 0°. Воспользуемся формулой геометрического смысла производной $f'(x_0) = tg\alpha$ и подставим в нее наши значения: $f'(x_1) = tg0^\circ$, затем по таблице смотрим чему равен $tg0^\circ$ и получаем, что $f'(x_1) = 0$.

Аналогично находим $f'(x_2)$. На рисунке через точку x_2 проведена касательная и обозначен угол между этой касательной и положительным направлением оси Ox, который равен 150°. Подставляем эти значения в формулу: $f'(x_2) = tg150^\circ$. Т.к. данного значения нет в таблице, воспользуемся формулой приведения: $tg150^\circ = tg(180^\circ - 30^\circ) = -tg30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Таким образом получаем, что $f'(x_2) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

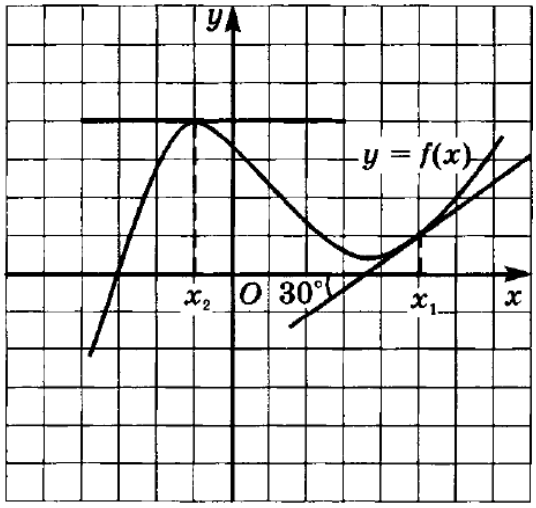
Ответ: $f'(x_1) = 0$; $f'(x_2) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Задания для закрепления

1. Функция y = f(x) задана графиком, изображенном на рисунке. Определите значения $f'(x_1)$ и $f'(x_2)$.



2. Функция y = f(x) задана графиком, изображенном на рисунке. Определите значения $f'(x_1)$ и $f'(x_2)$.



3. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 2x^2 - 3$, $x_0 = 3$, $\Delta x = -0{,}2$.

4. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 3x + 1$, $x_0 = 5$, $\Delta x = 0{,}01$.