Уважаемые студенты

Вам необходимо выполнить задание:

1. Прочитать внимательно лекцию.
2. Составить краткий конспект по основным понятиям, обязательно в конспект записывать решение типовых задач.
3. Решить задания к лекции.
4. Выполненное задание предоставить на проверку в виде фотоотчета в трехдневный срок на email: xvsviv@rambler.ru

С уважением Светлана Ивановна Хвастова. Если возникнут вопросы, обращаться по телефону: +79591389311 (ватсап, телеграмм).

Лекция на тему: Размещения

Определение: Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.

Формула: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Типичная смысловая нагрузка: «Сколькими способами можно выбрать k объектов и в каждой выборке переставить их местами?»

Имеется 5 книг и одна полка, такая что на ней вмещается лишь 3 книги.

Сколькими способами можно расставить на полке 3 книги?

Это задача на **размещение.**

Решение: Выбираем одну из 5-ти книг и ставим на первое место на полке. Это можно сделать 5-ю способами.

Вторую книгу мы можем выбрать 4-мя способами и поставить рядом с одной из 5-ти возможных первых.

Таких пар может быть 5·4.

Третью книгу мы можем выбрать 3-мя способами.

Получится 5·4·3 разнообразных троек. Значит всего способов разместить 3 книги из 5-ти 5·4·3 = 60.

Ответ: 60.

Пример 1. Учащиеся второго класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?

Решение: $A_9^4 = \frac{9!}{5!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} = 6\cdot7\cdot8\cdot9 = 3024.$

Ответ: 3024.

Пример 2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 7, 9?

Решение: $A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 3\cdot4\cdot5 = 60.$

Ответ: 60.

Пример 3. В соревнованиях высшей лиги по футболу участвуют 18 команд. Борьба идет за золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами могут быть распределены медали между командами?

Решение: $A_{18}^3 = \frac{18!}{15!} = 16\cdot17\cdot18 = 4896.$

Ответ: 4896.

Пример 4. Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый ящик опускают не более одного письма?

Решение: $A_{11}^5 = \frac{11!}{6!} = 7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11 = 55440.$

Ответ:55440.

Пример 5. Боря, Дима и Володя сели играть в карты. Сколькими способами им можно сдать по одной карте? *(колода содержит 36 карт)*

Решение:

$A_{36}^3 = \frac{36!}{33!} = 34\cdot35\cdot36 = 42840 -$ способами можно раздать 3 карты игрокам.

Ответ: 42840.

Пример 6. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Решение:

$A_9^4 = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$ – способами можно рассадить в поезде 4 человека.

Ответ: 3024.

Размещения с повторениями, когда отобранный элемент перед отбором следующего возвращается в генеральную совокупность. Такой выбор называется последовательным выбором с возвращением, а его результат – размещением с повторениями из n элементов по k.

Общее число различных способов, которыми можно произвести выбор с возвращением k элементов из генеральной совокупности объема n, равно $\overline{A}_n^k = n^k$

Пример 7. Лифт останавливается на 7 этажах. Сколькими способами могут выйти на этих этажах 6 пассажиров, находящихся в кабине лифта?

Решение. Каждый из способов распределения пассажиров по этажам представляет собой комбинацию 6 пассажиров по 7 этажам, отличающуюся от других комбинаций как составом, так и их порядком. Так как одном этаже может выйти как один, так и несколько пассажиров, то одни и те же пассажиры могут повторяться. Поэтому число таких комбинаций равно числу размещений с повторениями из 7 элементов по 6: $N = \overline{A}_7^6 = 7^6 = 117649$

Задания для самостоятельного решения:

Задача 1. В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

Задача 2. Лифт останавливается на 9 этажах. Сколькими способами могут выйти на этих этажах 4 пассажира, находящихся в кабине лифта?