УВАЖАЕМЫЕ СТУДЕНТЫ!

Повторите ранее изученный теоретический материал, решите упражнения (для оценки 3 нужно правильно решить 9 примеров и выполнить тест)

Подготовьте письменные ответы к заданиям.

Результаты работы, фотоотчет, предоставить преподавателю на e-mail: xvsviv@rambler.ru в трехдневный срок с момента получения задания.

При возникновении вопросов по приведенному материалу обращаться по следующим номерам телефонов:072-138-93-11.

ВНИМАНИЕ!!! При отправке работы, не забывайте указывать ФИО студента, наименование дисциплины, дата проведения занятия (по расписанию).

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ.

ТЕОРЕТИЧЕКИ ЙМАТЕРИАЛ:

Функция $\boldsymbol{h}$ есть **сложная функция**, составленная из функций $\boldsymbol{g}$ и $\boldsymbol{f}$, если

$$\boldsymbol{h(x) = g(f(x)),}$$

где $f(x)$ – внутренняя функция

$g(f)$ – внешняя функция

Формула производной сложной функции:

Если функция $\boldsymbol{f}$ имеет производную в точке $\boldsymbol{x_0}$, а функция $\boldsymbol{g}$ имеет производную в точке $\boldsymbol{y_0 = f(x_0)}$, то сложная функция $\boldsymbol{h(x) = g(f(x))}$ так же имеет производную в точке $\boldsymbol{x_0}$, причем

$$\boldsymbol{h^{/}(x_0) = g^{/}(f(x_0)) \cdot f^{/}(x_0)}$$

Алгоритм нахождения производной сложной функции:

I. Определить внутреннюю и внешнюю элементарные функции $f(x)$ и $g(f)$;

II. Найти производную внутренней функции $f(x)$;

III. Найти производную внешней функции $g(f)$;

IV. Перемножить производные внутренней и внешней функции и получить производную сложной функции

$$h^{/}(x_0) = g^{/}(f(x_0)) \cdot f^{/}(x_0)$$

Правила дифференцирования:

I. **Правило 1:** Если функции $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ дифференцируемы в точке $\boldsymbol{x_0}$, то их сумма (разность) дифференцируема в этой точке и

$$\boldsymbol{(u \pm v)^{/} = u^{/} \pm v^{/}}$$

Коротко говорят: Производная суммы (разности) равна сумме (разности) производных.

II. **Правило 2:** Если функции $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ дифференцируемы в точке $\boldsymbol{x_0}$, то их произведение дифференцируемо в этой точке и

$$\boldsymbol{(uv)^{/} = u^{/}v + uv^{/}}$$

Следствие: Если функции $\boldsymbol{u}$ дифференцируемы в точке $\boldsymbol{x_0}$, а $\boldsymbol{C}$ – постоянная, то $\boldsymbol{Cu}$ дифференцируема в этой точке и

$$\boldsymbol{(Cu)^{/} = Cu^{/}}$$

Коротко говорят: Постоянный множитель модно вынести за знак производной.

III. **Правило 3:** Если функции $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ дифференцируемы в точке $\boldsymbol{x_0}$, и функция $\boldsymbol{v}$ не равна нулю в этой точке, то частное $\frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{v}}$ также дифференцируемо в этой точке и

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

Таблица производных:	
$C' = 0;\ C = const$	$x' = 1$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
Производная степенной функции:	
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	
Производная логарифма натурального:	
$(lnx)' = \frac{1}{x}$	
$\left(ln(kx+b)\right)' = \frac{k}{kx+b}$	
Производная логарифма:	
$(log_a x)' = \frac{1}{xlna}$	
Производная экспоненты:	
$(e^x)' = e^x$	
$\left(e^{kx+b}\right)' = ke^{kx+b}$	
Производная показательной функции:	
$(a^x)' = a^x \cdot lna$	
Производные тригонометрических функций:	
1. $(sinx)' = cosx$	2. $(cosx)' = -sinx$
3. $(tgx)' = \frac{1}{cos^2 x}$	4. $(ctgx)' = -\frac{1}{sin^2 x}$
Производные обратных тригонометрических функций	
5. $(arcsinx)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	6. $(arccosx)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
7. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$	8. $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ УПРАЖНЕНИЙ

1. Задайте формулами элементарные функции f и g, из которых составлена сложная функция $h(x) = g\big(f(x)\big)$.

а) $h(x) = cos3x$;

б) $h(x) = sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$;

в) $h(x) = (3-5x)^5$

РЕШЕНИЕ:

а) $\boldsymbol{h(x) = cos3x}$

$y = f(x) = 3x$

$g(y) = cos\ y$

б) $\boldsymbol{h(x) = sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$

$y = f(x) = 2x - \frac{\pi}{3}$

$g(y) = sin\ y$

в) $\boldsymbol{h(x) = (3-5x)^5}$

$y = f(x) = 3 - 5x$

$g(y) = y^5$

2. Найдите производные функций:

а) $f(x) = (2x-7)^8$;

б) $f(x) = \left(\frac{1}{4}x - 7\right)^8 - (1-2x)^4$;

в) $f(x) = \frac{x}{sinx}$;

г) $f(x) = \frac{1}{(5x+1)^3}$;

д) $f(x) = x^3 sin2x$;

е) $f(x) = cos^2 x$.

РЕШЕНИЕ:

а) $\boldsymbol{f(x) = (2x-7)^8}$

$f^/(x) = ((2x-7)^8)^/ = 8 \cdot (2x-7)^7 \cdot 2 = 16(2x-7)^7$;

б) $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{(5x+1)^3}}$

$f^/(x) = \left(\frac{1}{(5x+1)^3}\right)^/ = ((5x+1)^{-3})^/ = -3 \cdot (5x+1)^{-4} \cdot 5 = -15 \cdot (5x+1)^{-4} = \frac{-15}{(5x+1)^4}$;

в) $\boldsymbol{f(x) = \left(\frac{1}{4}x - 7\right)^8 - (1-2x)^4}$

$f^/(x) = \left(\left(\frac{1}{4}x - 7\right)^8 - (1-2x)^4\right)^/ = \left(\left(\frac{1}{4}x - 7\right)^8\right)^/ + ((1-2x)^4)^/ = 8 \cdot \left(\frac{1}{4}x - 7\right)^7 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot (1-2x)^3 \cdot (-2) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}x - 7\right)^7 - 8 \cdot (1-2x)^3$;

г) $\boldsymbol{f(x) = x^3 sin2x}$

$f^/(x) = (x^3 sin2x)^/ = (x^3)^/ sin2x + x^3 (sin2x)^/ = 3x^2 sin2x + x^3 cos2x \cdot 2 = x^2(3sin2x + 2xcos2x)$;

д) $\boldsymbol{f(x) = \frac{x}{sinx}}$

$f^/(x) = \left(\frac{x}{sinx}\right)^/ = \frac{(x)^/ sinx - x(sinx)^/}{sin^2 x} = \frac{sinx - xcosx}{sin^2 x}$;

е) $\boldsymbol{f(x) = cos^2 x}$

$f^/(x) = (cos^2 x)^/ = -2cosxsinx$

УПРАЖНЕНИЯ:

1. Найдите производные функций:

1. $f(x) = tg\frac{x}{2}$;
2. $f(x) = cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$;
3. $f(x) = (2x+1)^7$;
4. $f(x) = \sqrt{cosx}$;
5. $f(x) = tg\frac{1}{x}$;
6. $f(x) = (9x+5)^4$;
7. $f(x) = \frac{1}{(6x-1)^5}$;
8. $f(x) = \left(3 - \frac{x}{2}\right)^{-9}$;
9. $f(x) = (4 - 1{,}5x)^{10}$;
10. $f(x) = (5x-2)^{13} - (4x+7)^{-6}$;
11. $f(x) = x^4 + tg2x$;
12. $f(x) = \frac{cos3x}{x}$;
13. $f(x) = sin^2 x$;
14. $f(x) = sin^2 x + cos^2 x$;
15. $f(x) = cos2x$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (тест):

1. Найти производную функции: $y = (x+2)^2$

   а) $y^/ = x + 2$ б) $y^/ = 2(x+2)$

   в) $y^/ = (x+2)^3$ г) $y^/ = 2x + 2$

2. Найти производную функции: $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 3x^4 + \frac{7}{3}x^3 - 2x^2 + 1$

   а) $f^/(x) = 5x^4 - 12x^3 + 7x^2 - 2x + 1$ б) $f^/(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 4x$

   в) $f^/(x) = x^4 - 12x^3 + 7x^2 - 4x$ г) $f^/(x) = x^4 - 12x^3 + \frac{7}{9}x^2 - 4x + 1$

3. Вычислите значение производной функции $f(x) = -3x^8 + 2x^5 + 10x^3 - 3$ в точке $x_0 = -1$

   а) 16 б) 64 в) -16 г) -64

4. Найти производную функции: $y = e^x + 4x^2$

   а) $y^/ = xe^{x-1} + 8x$ б) $y^/ = e^x + x^3$

   в) $y^/ = e^x + 5x^2$ г) $y^/ = e^x + 8x$

5. Найти производную функции: $y = (x-3)cosx$

   а) $y^/ = cosx + (x-3)sinx$ б) $y^/ = cosx + (x-3)sinx$

   в) $y^/ = (x-3)sinx - cosx$ г) $y^/ = -sinx$

6. Найти производную функции: $y = 3x^2cosx$

   а) $y^/ = 6xcosx + 3x^2sinx$ б) $y^/ = x^3cosx + 3x^2sinx$

   в) $y^/ = 6xcosx - 3x^2sinx$ г) $y^/ = -6xsinx$