Уважаемые студенты

Вам необходимо выполнить задание:

1. Прочитать внимательно лекцию.

2. Составить краткий конспект по основным понятиям, обязательно в конспект записывать решение типовых задач.

3. Выполненное задание предоставить на проверку в виде фотоотчета в трехдневный срок на email: xvsviv@rambler.ru

С уважением Светлана Ивановна Хвастова. Если возникнут вопросы, обращаться по телефону: +79591389311 (ватсап, телеграмм).

ЛЕКЦИЯ Релейно-контактные схемы

План

1. Методы упрощения логических выражений. Методы решения логических задач.
2. Релейно-контактные схемы.

1. Методы упрощения логических выражений. Методы решения логических задач.

Рассмотрим пример решения логической задачи.

Пример:

После обсуждения состава участников экспедиции решено, что должны выполняться два условия.

1. Если поедет Арбузов, то должны ехать Брюквин или Вишневский
2. Если поедут Арбузов и Вишневский то поедет Брюквин

Составить логическую формулу принятия решения в символической форме, упростить полученную формулу и сформулировать по ней новое условие формирования экспедиции.

Введём переменные и соответствующие им элементарные высказывания.

A - поедет Арбузов

$Б$ - поедет Брюквин

B - поедет Вишневский

Тогда выработанные условия формирования экспедиции будут выглядеть следующим образом:

1. $A \to (Б \vee B)$
2. $(A \& Б) \to B$

Составим общую формулу и упростим выражение

$(A \to (Б \vee B)) \& ((A \& Б) \to B) = (\overline{A} \vee Б \vee B) \& (\overline{A \& B} \vee Б) = (\overline{A} \vee Б \vee B) \& (\overline{A} \vee \overline{B} \vee Б) =$
$(\overline{A} \vee Б) \& (B \vee \overline{B}) = (\overline{A} \vee Б) = A \to Б$

т.е. если поедет Арбузов, то поедет Брюквин.

Пример:

Если завтра будет хорошая погода, то мы пойдем на пляж или поедем в лес. Составим формулу нашего поведения на завтра.

A – хорошая погода

B – мы пойдем на пляж

C – мы поедем в лес

$A \to B \vee C$

Теперь построим отрицание этой фразы

$\overline{A \to B \vee C} = \overline{\overline{A \& \overline{B \vee C}}} = A \& \overline{B \vee C} = A \& \overline{B} \& \overline{C}$

т.о. получим высказывание "Завтра будет хорошая погода, и мы не пойдем в лес и на пляж.

Желающие могут построить таблицу истинности и проверить это утверждение.

Пример:

По подозрению в совершенном преступлении, задержаны Браун, Джон и Смит. Один из них уважаемый в городе старик, второй чиновник, а третий известный мошенник. В ходе следствия старик говорил правду, мошенник лгал, а третий задержанный в одном случае говорил правду, а в другом лгал. Вот что они говорили:

Браун: Я совершил это. Джон не виноват. (Б&¬Д)

Джон: Браун не виноват. Преступник Смит. (¬Б&С)

Смит: Я не виноват. Виноват Браун (¬С&Б)

Опишем эти высказывания формально:

$Б$ - преступление совершил Браун

$Д$ - преступление совершил Джон

C - преступление совершил Смит

Тогда их слова описываются следующими выражениями:

Браун: $Б \& \overline{Д}$

Джон: $\overline{Б} \& C$

Смит: $\overline{C} \& Б$

Т.к. по условиям задачи две из этих & ложны и одна истинна, то

$L = (Б \& \overline{Д}) \vee (\overline{Б} \& C) \vee (\overline{C} \& Б)$

Составим таблицу истинности

NN	$Б$	$Д$	C	$Б \& \overline{Д}$	$\overline{Б} \& C$	$\overline{C} \& Б$	L
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
2	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
3	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
4	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
5	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**

7	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
8	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**

1. Исключим из рассмотрения те наборы, на которых $L=0$ (по условию задачи одна из & - истинна, следовательно, $L=1$) 1, 3, 8
2. Исключим случай 5, т.к. в нем две & истинны, что противоречит условию задачи.
3. В случаях 4, 6, 7 у нас в начальном наборе две 1 , т.е. 2 преступника, а по условию задачи он один.

Остается только случай 2 , т.е. преступник Смит, и оба его высказывания ложны.

$\overline{C}\,\&\,Б=0$ следовательно $Б$ – ложно и C - истинно

$\overline{Б}\,\&\,C=1$ = 1 – Джон уважаемый старик

Остается, что Браун чиновник, и поскольку $Б$ – ложно , то $\overline{Д}$ – истинно.

Пользуясь законами и тождествами булевой алгебры можно упрощать логические выражения.

Пример:

$$(X\to(Y\to Z))\to(Y\to X)=(X\to(\overline{Y}\vee Z))\to(\overline{Y}\vee X)=(\overline{X}\vee\overline{Y}\vee Z)\to(\overline{Y}\vee X)$$

$$=\overline{(\overline{X}\vee\overline{Y}\vee Z)}\vee(\overline{Y}\vee X)=(\overline{\overline{X}}\,\&\,\overline{\overline{Y}}\,\&\,\overline{Z})\vee(\overline{Y}\vee X)=(X\,\&\,Y\,\&\,\overline{Z})\vee X\vee\overline{Y}=X\vee\overline{Y}$$

2. Релейно-контактные схемы.

В самом начале нашего курса мы говорили, что значения, которые может принимать логическая переменная, могут быть интерпретированы, как "включено", "выключено". Это связано с возможностью использования аппарата булевой алгебры для описания и использования релейно-контактных схем. На это указал еще в 1910 году физик Эренфест. Однако его идеи стали реализовываться значительно позже. Использование булевой алгебры в конструировании РКС оказалось возможным в связи с тем, что каждой схеме можно поставить в соответствие некоторую формулу булевой алгебры, и каждая формула булевой алгебры реализовывается с помощью некоторой схемы. Это обстоятельство позволяет выявить возможность заданной схемы, анализируя соответствующую формулу, а упрощение схемы свести к упрощению формулы.

Рассмотрим, как устанавливается связь между формулами булевой алгебры и переключательными схемами.

Под переключательной схемой понимаем схематическое изображение некоторого устройства, состоящее из следующих элементов:

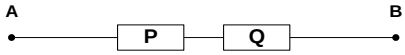
1. переключателей, которыми могут быть механически действующие устройства (выключатели, кнопочные устройства, электромагнитные реле, электролампы, полупроводниковые элементы и т.д.)
2. соединяющих их проводов
3. входов и выходов в схему (клемм на которые подается электрическое напряжение)

Сопротивления, конденсаторы на схеме не изображаются. Переключательной схемой принимается в расчет только два состояния каждого переключателя "включено", "выключено".

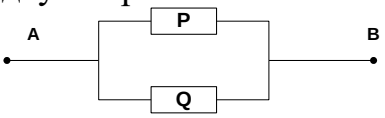
Рассмотрим простую схему, содержащую единственный переключатель P, имеющую один вход A и один выход B. Переключателю P поставим в соответствие высказывание p:" Переключатель замкнут". Если p истинно, то импульс поступающий на вход A, можно снять на выходе B, без потерь напряжения. В этом случае будем говорить, что схема проводит ток. Если p ложно, то переключатель разомкнут и схема тока не проводит, или на полюсе B снимается минимальное напряжение при подаче на полюс A максимального напряжения. Если принять во внимание не смысл высказываний, а только его значение, то можно считать, что любому высказыванию может быть поставлена в соответствие схема.

Формулам, включающим & и ∨ также могут быть поставлены в соответствие переключательные схемы.

& p и q представляется двуполюсной схемой с последовательным соединением двух переключателей P и Q. Эта схема пропускает ток тогда и только тогда, когда истинны p и q одновременно. p&q = 1



∨ p и q представляется двуполюсной схемой с параллельным соединением двух переключателей P и Q.



Если отрицание p - ¬p, то тождественно истинная формула p∨¬p изображается схемой, которая всегда проводит ток.

А тождественно ложная p&¬p схемой, которая никогда не проводит ток.

Логические формулы можно также представлять с помощью языка логических схем.

Существует три базовых логических элемента, которые реализуют три основные логические операции :

- логический элемент «И» – логическое умножение – конъюнктор;
- логический элемент «ИЛИ» – логическое сложение – дизъюнктор;
- логический элемент «НЕ» – инверсию – инвертор.

Алгоритм построения логических схем.

1. Определить число логических переменных.
2. Определить количество логических операций и их порядок.
3. Изобразить для каждой логической операции соответствующий ей логический элемент.
4. Соединить логические элементы в порядке выполнения логических операций.

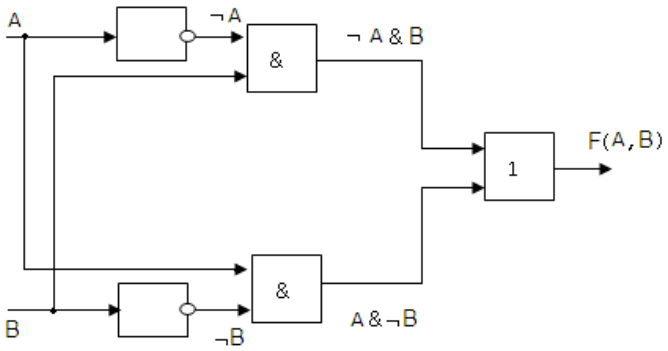
Пример. По заданной логической функции $F(A,B) = \neg A \,\&\, B \vee A \,\&\, \neg B$ построить логическую схему.

1. Число логических переменных = 2 (A и B).

2. Количество операций = 5 (2 инверсии, 2 конъюнкции, 1 дизъюнкция). Сначала выполняются операции инверсии, затем конъюнкции, в последнюю очередь операция дизъюнкции.

3. Схема будет содержать 2 инвертора, 2 конъюнктора и 1 дизъюнктор.

4. Построение надо начинать с логической операции, которая должна выполняться последней. В данном случае такой операцией является логическое сложение, следовательно, на выходе должен быть дизъюнктор. На него сигналы подаются с двух конъюнкторов, на которые, в свою очередь, подаются один входной сигнал нормальный и один инвертированный (с инверторов).



Логические законы и правила преобразования логических выражений

Если две формулы А и В одновременно, то есть при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, принимают одинаковые значения, то они называются **равносильными**.

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений.

1. Закон двойного отрицания: $A = \neg(\neg A)$;

2. Переместительный (коммутативный) закон:

- для логического сложения: $A \vee B = B \vee A$;
- для логического умножения: $A \wedge B = B \wedge A$;

3. Сочетательный (ассоциативный) закон:

- для логического сложения: $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$;
- для логического умножения: $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$;

4. Распределительный (дистрибутивный) закон:

- для логического сложения: $(A \vee B) \wedge C = (\mathrm{A} \,\&\, \mathrm{C}) \vee (\mathrm{B} \,\&\, \mathrm{C})$;
- для логического умножения: $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$;

5. Законы де Моргана:

- для логического сложения: $\neg(A \vee B) = \neg \mathrm{A} \,\&\, \neg B$;
- для логического умножения: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$;

6. Закон идемпотентности:

- для логического сложения: $A \vee A = A$;
- для логического умножения: $A \wedge A = A$;

7. Законы исключения констант:

- для логического сложения: $A \vee 1 = 1$, $A \vee 0 = A$;
- для логического умножения: $A \wedge 1 = A$, $A \wedge 0 = 0$;

8. Закон противоречия: $\mathrm{A} \,\&\, \neg A = 0$;

9. Закон исключения третьего: $A \vee \neg A = 1$;

10. Закон поглощения:

- для логического сложения: $A \vee (A \wedge B) = A$;

- для логического умножения: $A \wedge (A \vee B) = A$;

11. Правило исключения импликации: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$;

12. Правило исключения эквиваленции: $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

Справедливость этих законов можно доказать составив таблицу истинности выражений в правой и левой части и сравнив соответствующие значения.

Основываясь на законах, можно выполнять упрощение сложных логических выражений. Такой процесс замены сложной логической функции более простой, но равносильной ей, называется минимизацией функции.

Мы уже говорили, что любая формула Булевой алгебры может быть представлена в виде формулы, содержащей только $\vee$,&,$\neg$.

Следовательно, любая формула Булевой алгебры может быть представлена схемой, и любая схема, может быть представлена формулой Булевой алгебры.