Уважаемые студенты!

Вашему вниманию представлена лекция на тему «Виды случайных событий»

Задание

1. Прочитать внимательно лекцию.
2. Ответить письменно на упражнения в конце лекции.
4. Фотоотчет выполненных упражнений присылать на электронную почту (и только на электронную почту!) в трехдневный срок

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311(ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Виды случайных событий

Опытом или испытанием называется всякое осуществление определенного комплекса условий или действий, при которых происходит соответствующее явление. Возможный результат опыта называют событием.

Например, стрелок стреляет по мишени, разделенной на четыре области. Выстрел – это испытание. Попадание в определенную область мишени – событие.

Событие называется достоверным в данном опыте, если оно обязательно произойдет в этом опыте.

Например, если в ящике находятся только голубые шары, то событие «из ящика извлечен голубой шар» является достоверным.

Событие называется невозможным в данном опыте, если оно не может произойти в этом опыте. Так, если в ящике находятся только красные шары, то событие «из ящика извлечен голубой шар» является невозможным.

Событие называется случайным в данном опыте, если оно может произойти, а может и не произойти в этом опыте. Случайными событиями являются «выпадение орла при бросании монеты», «выигрыш по лотерейному билету», «увеличение курса доллара в следующем месяце» и т. д.

Одно и то же событие на некотором опыте может быть достоверным, в другом – невозможным, в третьем – случайным.

Два события называются совместными в данном опыте, если появление одного из них не исключает появление другого в этом опыте. Например, в магазин вошел покупатель. События «в магазин вошел покупатель старше 50 лет» и «в магазин вошла женщина» – совместные, т. к. в магазин может войти женщина старше 50 лет.

Два события называются несовместными, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании. Например, несовместными являются попадание и промах при одном выстреле. Несколько событий называются несовместными, если они попарно-несовместны.

Два события называются противоположными, если появление одного из них равносильно непоявлению другого. Если одно из противоположных событий обозначено буквой A, то другое обозначают $\overline{A}$. Например, если A – «попадание», то $\overline{A}$ – «промах» при одном выстреле по мишени.

Множество событий $A_1, A_2, \ldots A_n$ называют полной группой событий, если они попарно-несовместны; появление одного и только одного из них является достоверным событием. Рассмотрим события, появляющиеся при подбрасывании игрального кубика, т. е. кубика, на гранях которого записаны цифры от 1 до 6. Когда кубик упадет, то верхней гранью окажется грань с одной из этих цифр. Событие: «верхней гранью оказалась грань с цифрой $к$» обозначим через $A_к$, $к = \overline{1,6}$. События A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 образуют полную группу. Они попарно несовместны, появление одного и только одного из них является достоверным событием.

События считают равновозможными, если нет оснований полагать, что одно событие является более возможным, чем другие. Например, при подбрасывании монеты событие A (появление цифры) и событие B (появление герба) равновозможны, т. к. предполагается, что монета изготовлена из однородного материала, имеет правильную цилиндрическую форму и наличие чеканки не влияет на то, какая сторона монеты (герб или цифра) окажется верхней.

Каждое событие, которое может наступить в итоге опыта, называется элементарным исходом или элементарным событием. Например, события A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 – элементарные исходы при подбрасывании кубика.

Элементарные исходы, при которых данное событие наступает, называются благоприятствующими этому событию. Так, при подбрасывании игрального кубика элементарные исходы A_2, A_4, A_6 являются благоприятствующими событию «Выпало четное число очков».

Суммой, или объединением двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий A и B обозначается через $A+B$ или $A \cup B$. Аналогично определяется и обозначается сумма n событий – событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Например, если из орудия произведены два выстрела и A – попадание при первом выстреле, B – попадание при втором выстреле, то $A+B$ – попадание при первом выстреле, или при втором, или в обоих выстрелах.

В частности, если два события A и B несовместные, то $A+B$ – событие, состоящее в появлении одного из этих событий, безразлично какого.

Произведением, или пересечением, двух событий, называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий A и B обозначается через $A \cdot B$ или $A \cap B$. Аналогично определяется и обозначается произведение в случае большего числа событий. Например, если при выборе одного числа от 1 до 13 событие A означает выбор четного числа, событие B – выбор числа, кратного 3. Тогда событие $A \cdot B$ означает выбор числа, кратного и 2 и 3 одновременно, т. е. событие $A \cdot B$ состоит из элементарных событий – выбор одного из чисел 6, 12.

Разностью событий A и B называется событие C, которое означает, что наступает событие A и не происходит событие B. Разность событий A и B обозначается так: $A - B$, или $A \setminus B$.

Пример 1.1. Взятая наугад деталь может оказаться либо первого (событие A), либо второго (событие B), либо третьего (событие C) сорта. Что представляют собой следующие события:

$$а)\ A+B;\ б)\ \overline{A+C};\ в)\ \overline{A\cdot C};\ г)\ AB+C?$$

а) событие $A+B$ состоится при наступлении хотя бы одного из событий A и B. Следовательно, $A+B$ в нашем случае – деталь первого или второго сорта;

б) так как $A+C$ – деталь первого или третьего сорта, то противоположное этому событие $\overline{A+C}=B$ – деталь второго сорта;

в) событие $A\cdot C$ – невозможное , поскольку деталь одновременно не может быть и первого и третьего сорта;

г) событие $AB+C$ как сумма невозможного события и события C равно C, т. е. $AB+C$ – деталь третьего сорта.

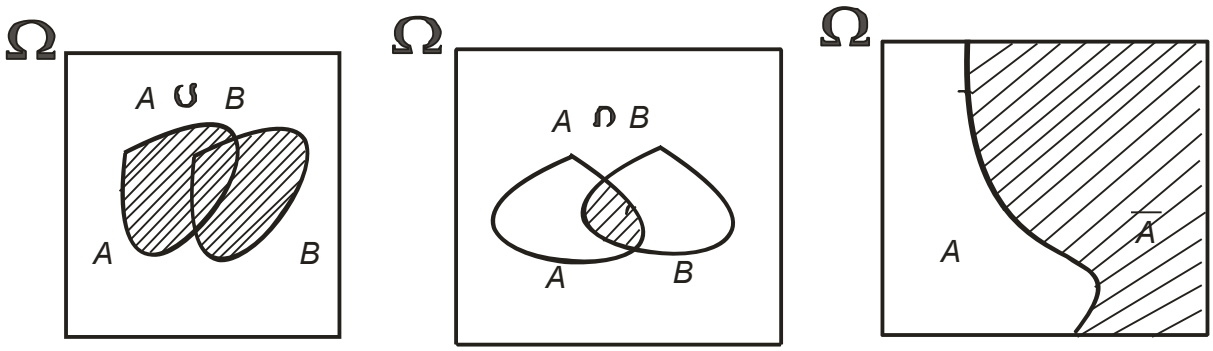
Если событие A обязательно произойдет при появлении некоторого другого события B, то говорят, что событие B представляет собой частный случай события A, и пишут $B\subset A$ или $A\supset B$ (говорят также, что B влечет A). Если $B\subset A$ *и* $A\subset B$, т. е. события A и B в данном опыте могут появиться или не появиться вместе, то их называют равносильными, или эквивалентными, и пишут $A=B$.

Пример 1.2. Пусть производится выбор одного из чисел от 1 до 100. Пусть событие B означает выбор четного числа, событие A – выбор числа, кратного 10. Тогда $A\subset B$, так как каждое число, кратное 10, является четным.

Пример 1.3. Пусть производится выбор одного из чисел от 1 до 100. Если событие B – выбор числа, кратного 3, а событие A – это выбор числа, сумма цифр которого делится на 3, то A=В по признаку делимости на 3.

Операции над событиями можно представить как операции над множествами. При этом события представляются подмножествами некоторого множества Ω. Сумме событий $A+B$ соответствует объединение $A\cup B$ этих подмножеств, а их произведению $A\cdot B$ – пересечение $A\cap B$. Достоверное событие представляется множеством Ω, а невозможное событие – пустым подмножеством в нем. Несовместность событий A и B означает, что соответствующие подмножества A и B не пересекаются: $A\cap B=\varnothing$. Событие $\overline{A}$, противоположное событию A, является дополнением к событию A во

множестве Ω. Эти операции в графическом виде иллюстрируются диаграммами Венна:



Вопросы для самопроверки

1. Что называется опытом, или испытанием?
2. Что называется событием?
3. Какое событие называется достоверным?
4. Какое событие называется невозможным?
5. Какое событие называется случайным?
6. Какие события называются совместными?
7. Какие события называются несовместными?
8. Какие события называются противоположными?
9. Какие события считают равновозможными?
10. Что называется полной группой событий?
11. Что называется элементарным исходом?
12. Какие элементарные исходы называются благоприятствующими данному событию?
13. Что называется суммой, или объединением, событий?
14. Что называется произведением, или пересечением, событий?
15. Что называется разностью двух событий?

Упражнения

1. Что представляет собой полная группа событий при подбрасывании одного игрального кубика?

2. Что представляет собой полная группа событий при подбрасывании двух игральных кубиков?

3. Как называется по отношению к A элементарное событие, которое влечет наступление A?

4. Обязательно ли элементарное событие, входящее в сумму событий $A+B$, входит в событие B?

5. Может ли элементарное событие, входящее в сумму $A+B$, входить в A и B одновременно?

6. При каком условии элементарное событие, входящее в A, входит также и в произведение событий $A \cdot B$?

7. Входит ли произведение событий $A \cdot B$ в событие A?

8. Каким событием будет произведение несовместных событий?

9. Каким событием будет сумма события A и его дополнения $\overline{A}$?

10. Будут ли события A и $\overline{A}$ совместными?

11. Составляют ли события A и $\overline{A}$ полную группу событий.

12. Подбрасываются два игральных кубика. Какому событию благоприятствует больше элементарных исходов: «сумма выпавших очков равна 7», «сумма выпавших очков равна 8»?