Уважаемые студенты!
Вам необходимо изучить теоретический материал по данной теме, рассмотреть решение примеров, ответить на контрольные вопросы.

- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт конспекта прислать в течение 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Лекция
Простейшие тригонометрические неравенства.

План

1. Определение тригонометрического неравенства.
2. Формулы решений простейших тригонометрических неравенств.

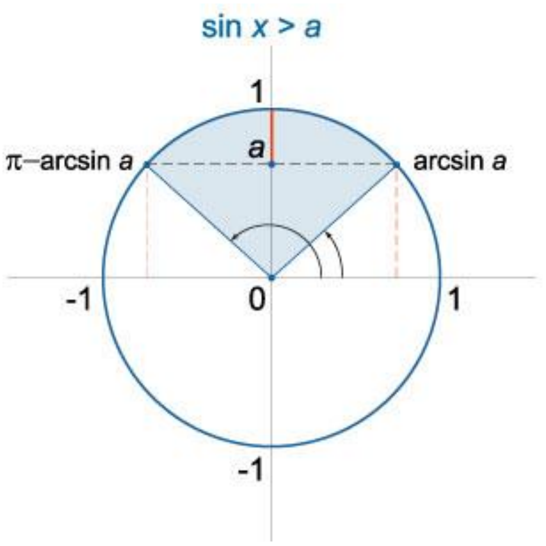
Простейшие тригонометрические неравенства – это неравенства вида

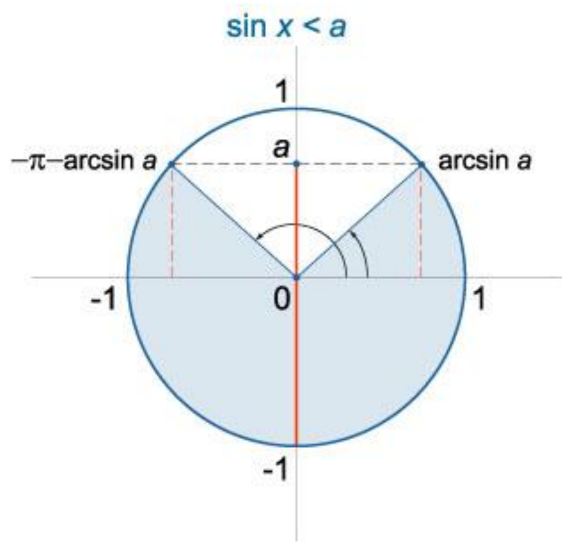
sin x > a, sin x < a, cos x> a, cos x < a, tg x > a, tg x < a. $\sin x < a$

a	M
$-1 < a \le 1$	$-\pi - \arcsin a + 2\pi k < x < \arcsin a + 2\pi k, \quad k \in Z$
$a > 1$	R
$a \le -1$	$\varnothing$

$\sin x > a.$

a	M
$-1 \le a < 1$	$\arcsin a + 2\pi k < x < \pi - \arcsin a + 2\pi k, \quad k \in Z$
$a < -1$	R
$a \ge 1$	$\varnothing$



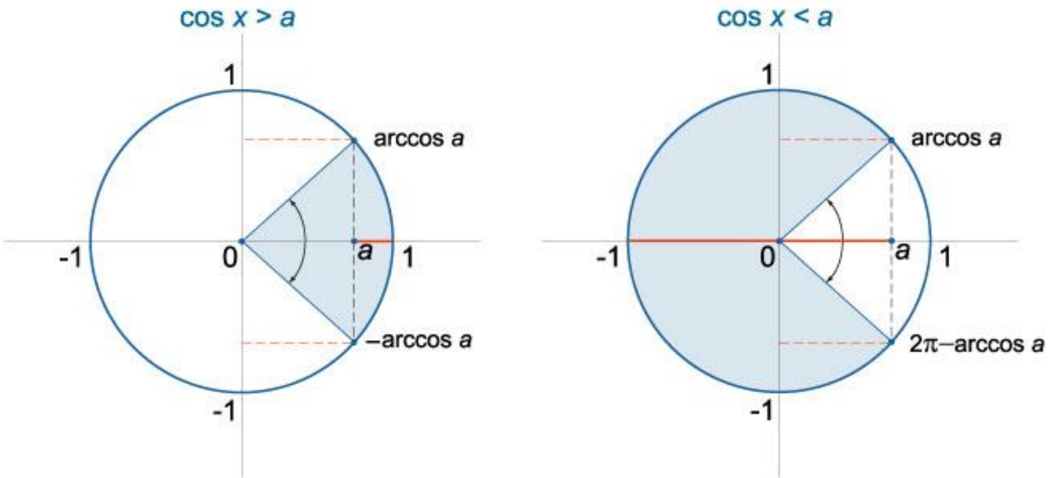


$\cos x < a.$

a	M
$-1 < a \le 1$	$\arccos a + 2\pi k < x < 2\pi - \arccos a + 2\pi k, \quad k \in Z$
$a > 1$	R
$a \le -1$	$\varnothing$

$\cos x > a.$

a	M
$-1 \le a < 1$	$-\arccos a + 2\pi k < x < \arccos a + 2\pi k, \quad k \in Z$
$a < -1$	R
$a \ge 1$	$\varnothing$



$$tgx < a \Rightarrow -\pi/2 + \pi k < x < arctga + \pi k, \quad k \in Z.$$

$$tgx > a \Rightarrow arctga + \pi k < x < \pi/2 + \pi k, \quad k \in Z.$$

$$ctgx < a \Rightarrow arcctga + \pi k < x < \pi + \pi k, \quad k \in Z.$$

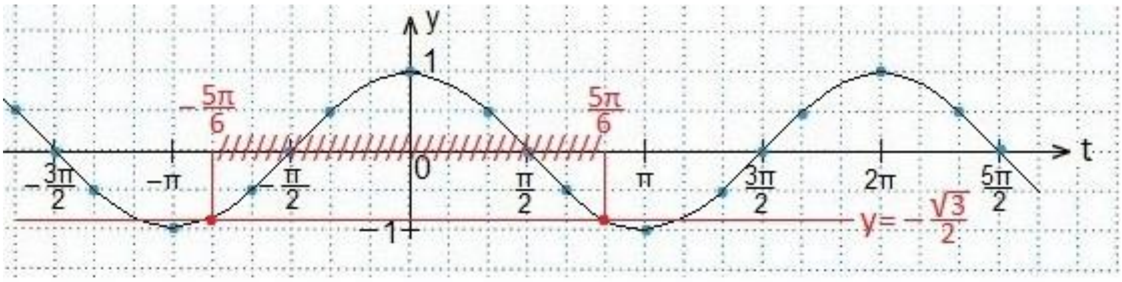
$$ctgx > a \Rightarrow \pi k < x < arcctga + \pi k, \quad k \in Z.$$

Пример 1.

Решение. 1) $\cos 3x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Пусть 3x=t. Имеем: $\cos t > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Строим графики функций: y=cost и $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

учитывая, что: $-\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = \cos\frac{5\pi}{6}$.



$$-\frac{5\pi}{6}+2\pi n < t < \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\epsilon Z; \quad -\frac{5\pi}{6}+2\pi n < 3x < \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\epsilon Z;$$

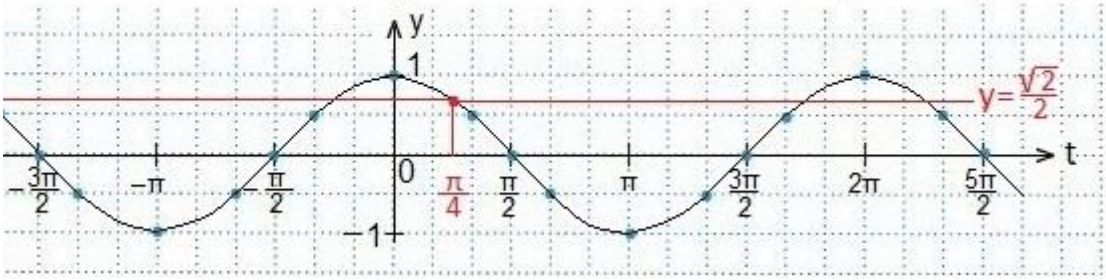
$$-\frac{5\pi}{18}+\frac{2}{3}\pi n < x < \frac{5\pi}{18}+\frac{2}{3}\pi n,\ n\epsilon Z;$$

Ответ: $\left(-\frac{5\pi}{18}+\frac{2}{3}\pi n;\ \frac{5\pi}{18}+\frac{2}{3}\pi n\right),\ n\epsilon Z.$

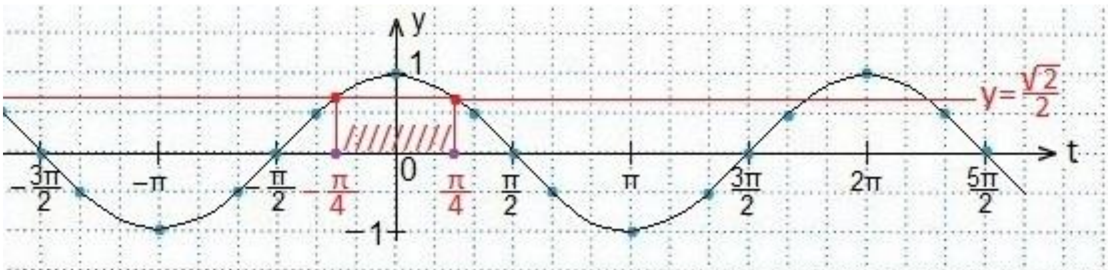
Пример 2.

Решение. 2) $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$. Замена: $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}=t$. Тогда $\cos t \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Строим: $y=\cos t$ и $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Имеем ввиду, что: $\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\frac{\pi}{4}$



Выделяем промежуток значений t, при которых синусоида находится выше прямой.



$$-\frac{\pi}{4}+2\pi n \le t \le \frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\epsilon Z;$$

$$-\frac{\pi}{4}+2\pi n \le \frac{x}{2}+\frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\epsilon Z;$$

$$-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}+2\pi n \le \frac{x}{2} \le \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\epsilon Z;$$

$$-\frac{\pi}{2}+2\pi n \le \frac{x}{2} \le 2\pi n,\ n\epsilon Z;$$

$$-\pi+4\pi n \le x \le 4\pi n,\ n\epsilon Z;$$

Ответ: $[-\pi+4\pi n;\ 4\pi n],\ n\epsilon Z.$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение простейших тригонометрических неравенств.
2. Запишите формулы решений неравенств $\sin x > a$, $\sin x < a$.
3. Запишите формулы решений неравенств $\cos x > a$, $\cos x < a$.