**Задание:**

- Повторить теорию;
- Разобрать примеры решения;
- Решить примеры для самостоятельного решения;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Отчет о работе должен содержать тему и цель практического занятия
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Практическое занятие по теме:

Уравнение окружности, сферы, плоскости.

Цель: Формировать умение обучающихся решать задачи на данную тему; закрепление теоретических знаний при решении задач с использованием уравнения окружности, сферы, плоскости.

Содержание:

Задача 1. Составить уравнение сферы радиуса R = 5 с центром в начале координат.

Задача 2. Написать уравнение сферы с центром в точке С (2; —3; 5) и радиусом, равным 6.

Задача 3. Найти центр и радиус сферы $(x + 4)^2 + (y — 3)^2 + z^2 =100$.

Задача 4. Доказать, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 — 2x + 4y — 6z + 5 = 0$ является уравнением сферы.

Задача 5. Составить уравнение плоскости по точкам $M_0(1; -2; 0), M_1(2; 0; -1), M_2(0; -1; 2)$

Задача 6. Составить уравнение прямой по точке $M(1; 2)$ и направляющему вектору $\bar{p}(2; 1)$

Задача 7. Составить уравнение прямой по точке $M(0; -3)$ и направляющему вектору $\bar{p}(-7; 5)$

Задача 8. Составить уравнение прямой по точке $A(0; 3)$ и направляющему вектору $\bar{j}(0; 1)$.

Задача 9. Составить уравнение прямой по двум точкам $A\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right), B(-1; 7)$.

Теоретический материал:

1. Общее уравнение плоскости:

Общее уравнение плоскости имеет вид $Ax + By + Cz + D = 0$, где коэффициенты $A, B, C$ одновременно не равны нулю.

**1.** Уравнение плоскости по трём точкам:

Задача. В пространстве даны три точки, не лежащие на одной прямой. Их координаты:

$M = (x_1, y_1, z_1)$;

$N = (x_2, y_2, z_2)$;
$K = (x_3, y_3, z_3)$;

Требуется составить уравнение плоскости, проходящей через эти три точки. Причем уравнение должно иметь вид:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

где числа $A$, $B$, $C$ и $D$ — коэффициенты, которые, собственно, и требуется найти.

Ну и как получить уравнение плоскости, если известны только координаты точек? Самый простой способ — подставить координаты в уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$. Получится система из трех уравнений, которая легко решается.

Любые ли три точки пространства задают плоскость? Нет. Во-первых, точки должны быть различными. А во-вторых, они не должны лежать на одной прямой (сразу все три).

**2.** Уравнение поверхности сферы:
Сфера радиуса R с центром в начале координат представлена уравнением второй степени.

$x^2+y^2+z^2=R^2$ (R – радиус сферы)

Сфера радиуса R центр которой не совпадает с началом координат представлена другим уравнением второй степени.

$$(x–a)^2+(y–b)^2+(z–c)^2=R^2$$

(R - радиус сферы; a, b, c - смещение центра сферы относительно центра

координат)

Примеры выполнения заданий:

Задача 1. Составить уравнение сферы радиуса R = 5 с центром в начале координат.
Решение: Непосредственной подстановкой значения радиуса в уравнение
$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ получим $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.
Задача 2. Написать уравнение сферы с центром в точке С (2; —3; 5) и радиусом, равным 6.
Решение: Подставив значение координат точки С и значение радиуса в уравнение
$(x — a)^2 + (y — b)^2 + (z — c)^2 = R^2$ получим

$(x— 2)^2 + (y + 3)^2 + (z — 5)^2 = 36$.

Задача 3. Найти центр и радиус сферы$(x + 4)^2 + (y — 3)^2 + z^2 =100$.

Решение: Сравнивая данное уравнение с уравнением сферы

$(x — a)^2 + (y — b)^2 + (z — c)^2 = R^2$ видим, что

$a$ = — 4, $b$ = 3, $c$ = 0, R =10. Следовательно, C(—4; 3; 0), R = 10.

Задача 4. Доказать, что уравнение$x^2 + y^2 + z^2 — 2x + 4y — 6z + 5 = 0$

является уравнением сферы.

Решение: Преобразуем левую часть данного уравнения, выделив квадраты двучленов, содержащих соответственно $x$, $y$ и $z$:

$x^2 — 2x + y^2 + 4y + z^2 — 6z + 5 =$

$= (x — 1)^2 — 1 + (y + 2)^2 — 4 + (z — 3)^2 — 9 + 5 =$

$= (x — 1)^2 + (y + 2)^2 + (z — 3)^2 —9$.

Следовательно, данная поверхность имеет уравнение

$(x — 1)^2 + (y + 2)^2 + (z — 3)^2 = 9$.

Это уравнение представляет собой уравнение сферы с центром в точке C(1; —2; 3) и радиусом R = 3

Задача 5. Составить уравнение плоскости по точкам $M_0(1; -2; 0), M_1(2; 0; -1), M_2(0; -1; 2)$.

Решение: составим уравнение плоскости по трём точкам. Используем формулу:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 2-1 & 0-1 \\ y-(-2) & 0-(-2) & -1-(-2) \\ z-0 & -1-0 & 2-0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 \\ y+2 & 2 & 1 \\ z & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Вот теперь и аналитически видно, что всё дело свелось к координатам двух векторов. Раскрываем определитель по первому столбцу, находим уравнение плоскости:

$$(x-1)\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - (y+2)\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + z\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(4+1)(x-1) - (2-1)(y+2) + (1+2)z = 0$$

$$5(x-1) - (y+2) + 3z = 0$$

$$5x - 5 - y - 2 + 3z = 0$$

$$5x - y + 3z - 7 = 0$$

Больше ничего упростить нельзя, записываем:

Ответ: $5x - y + 3z - 7 = 0$