

Задание:

- Повторить теорию;
- Решить примеры для самостоятельного решения;
- Ответить на вопросы;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Тема: Решение комбинаторных задач

Цель: Формировать умение студентов применять комплекс знаний по теме: “Элементы комбинаторики” для решения задач и систематизации теоретических знаний.

ЗАДАНИЯ.

Решить комбинаторные задачи используя:

1. Перестановки
2. Размещения.
3. Сочетания.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Какие задачи называются комбинаторными?
2. Что называется перестановками?
3. Что называется размещениями?
4. Что называется сочетаниями?
5. как найти число перестановок?
6. Чему равно число всех возможных размещений?
7. Как найти число сочетаний?

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш.А. Алимов «Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы 3-е издание: Просвещение, 2016. – 463 стр.»
2. И.И. Валуцэ «Математика для техникумов на базу средней школы: Учебное пособие. – 2-е издание, перераб. и доп: Наука. Гл. ред. Фгу. – мат. лит, 1989.-576 с.

Образцы решения задач

Комбинаторика изучает количество комбинаций, которые можно составить из элементов некоторого конечного множества.

Перестановками называются комбинации, состоящих из n различных элементов и отличающиеся друг от друга только порядком их расположения. Число всех возможных перестановок.

$$P_n = N!$$

Пример 1. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в состав числа только один раз?

Решение. Искомое число пятизначных чисел равно разности

$$P_5 - P_4 = 5! - 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 - 24 = 96$$

Размещениями называются комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой комбинации, которые отличаются друг от друга либо составом элементов, либо их порядком.

Число всех возможных размещений

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример 2

Группа из 15 человек выбирает из своего состава старосту, комсорга и профорга. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Искомое число способов равно

$$A_{15}^3 = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730.$$

Сочетаниями называются комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой комбинации, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Число всех возможных сочетаний

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример 3. Сколькими способами группа из 15 человек может выбрать на конференцию делегацию из трех человек?

Решение

Число возможных способов равно

$$C_{15}^3 = \frac{A_{15}^3}{P_3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$$

Задания для самостоятельной работы студентов

Вариант 1

1. В пассажирском поезде 14 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 14 проводников, если за каждым вагоном закрепляется один проводник?
2. Сколькими способами можно выбрать четырех человек на четыре различные должности из девяти кандидатов на эти должности?
3. В команду по плаванию должны входить 4 юноши и 2 девушки. Сколькими способами можно составить такую команду, если имеются 8 юношей и 5 девушек?

Вариант 2

1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составлены всевозможные пятизначные числа без повторения цифр. Сколькими среди этих чисел таких, которые начинаются с 34?
2. Сколькими способами можно составить четырехцветные ленты из семи лент различных цветов?
3. Сколько человек участвовало в шахматном турнире, если известно, что каждый участник сыграл с каждым из остальных по одной партии, а всего было сыграно 120 партий?

Вариант 3

1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составлены всевозможные пятизначные числа без повторений цифр. Сколькими среди этих чисел таких, которые начинаются с 54?
2. Группа из 25 человек выбирает из своего состава старосту, комсорга и профоргга. Сколькими способами можно это сделать?

3. В вазе стоят 10 красных и 6 розовых гвоздик. Сколькими способами можно составить букет из 5 цветков, если букет состоит из 3 красных и 2 розовых гвоздик?

Вариант 4

1. Среди перестановок цифр числа 1234567 сколько таких, которые начинаются с 123?

2. Из скольких элементов можно составить 56 размещений по два элемента в каждом?

3. Сколькими различными диагоналей можно провести в восьмиугольнике?

Вариант 5

1. Среди перестановок цифр числа 1234567 сколько таких, которые начинаются с 67?

2. Число размещений из n элементов по 2 в 7 раз больше числа размещений из $n-4$ элементов по 2. Найти n .

3. Из 20 кандидатов в счетную комиссию необходимо избрать трех. Сколькими способами можно это сделать?

Вариант 6

1. Из цифр 0, 1, 2, 3 составлены всевозможные четырехзначные числа так, что в каждом числе нет одинаковых цифр. Сколько получилось чисел?

2. Из скольких различных предметов можно составить 210 размещений по два элемента в каждом?

3. Сколько может быть случаев при выборе двух карандашей и трех ручек из 5 различных карандашей и 5 различных ручек?

Вариант 7

1. Найти сумму всех трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3 не повторяя цифры в числе.
2. Сколькими способами можно разместить три лошади в четырех стойлах?
3. В школе собрались 10 учеников. Каждый проходящий ученик рукопожатием здоровается с уже собравшимися учениками. Определить число рукопожатий.

Вариант 8

1. Сколько пятизначных чисел, оканчивающихся цифрой 9, можно получить, переставляя всевозможными способами цифры числа 19058?
2. Сколькими способами можно составить трёхцветные флаги из пяти различных цветов?
3. В группе 25 студентов. Из них нужно избрать 3 делегата на конференцию. Сколько имеется возможностей такого выбора?

Вариант 9

1. Сколько чисел, начинающихся с цифры 5, можно получить, переставляя всевозможными способами, цифра числа 19052?
2. Какая часть из 10^3 трёхзначных телефонных номеров состоит из трёх различных цифр?
3. Сколько можно составить из простых делителей числа 2310 составных чисел, если каждое содержит только два простых делителей?

Вариант 10

1. Найти сумму цифр всех пятизначных чисел, которые могут быть составлены из цифр 0,1,2,3,4, если цифры в числе не повторяются.
2. Какая часть из 10^4 четырехзначных телефонных номеров состоит из четырёх различных цифр?

3. Сколько можно составить из простых делителей числа 3570 составных чисел, каждое из которых содержит только три простых делителя?

Вариант 11

1. Сколькими способами можно рассадить за столом 5 человек?

2. Какая часть из 10 шестизначных телефонных номеров состоит из шести различных цифр?

3. Из 10 различных цветков нужно составить букет так, чтобы в него входило не менее двух цветков. Сколько способов существует для составления такого букета?

Вариант 12

1. Сколько пятизначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0,1,3,5,7, если цифры в числе не повторяются?

2. Группа из 25 человек избирает старосту, комсорга, профорга и трёх делегатов на конференцию. Сколькими способами это можно сделать, если делегатом конференции может быть любой студент группы?

3. Сколькими способами можно группу из 15 студентов разделить на две группы так, чтобы в одной группе было четыре человека, а в другой одиннадцать?

Вариант 13

1. Среди перестановок цифр числа 1234567 сколько таких, которые начинаются с цифр 1,2,3, причём эти цифры расположены в любом порядке и занимают первые три места?

2. Определить число n из условия $A_{2n}^3 = 20A_n^2$.

3. Из 10 роз и 8 георгинов нужно составить букет так. Чтобы в нём были 2 розы и 3 георгина. Сколькими способами можно составить такой букет?

Вариант 14

1. Вычислить сумму цифр всех четырёхзначных чисел, которые могут быть записаны с помощью цифр 1,4,2,5 без повторений.
2. Какая часть из 10^5 пятизначных телефонных номеров состоит из пяти различных цифр?
3. Сколько различных аккордов можно взять на 6 выбранных клавишах рояля, если каждый аккорд может содержать от 3 до 6 звуков?

Вариант 15

1. Из цифр 1,2,3,4,5 составлены всевозможные пятизначные числа без повторения цифр. Сколько среди этих чисел таких, которые не начинаются с цифры 5?
2. Какая часть из 10^7 семизначных телефонных номеров состоит из семи различных номеров?
3. Чемпионат, в котором участвуют 16 команд, проводится в два круга. Определить количество встреч, какое следует провести.

Вариант 16

1. Среди перестановок цифр числа 1234567 сколько таких, которые начинаются с рядом стоящих цифр 1 и 2?
2. Найти m условия $A_{m-4}^2 + A_{m-3}^2 + A_{m-2}^2 = 20$.
3. Из 10 юношей, 8 мальчиков и 5 девушек нужно составить шахматную команду, в которой входили бы 4 юноши, 1 мальчик и 2 девушки. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 17

1. Сколь пятизначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5, в которых на втором месте стоит цифра 5, если цифра в числе не повторяются?
2. Сколько можно составить различных цветных флагов, имея в своём распоряжении ткань восьми различных цветов?

3. Сколько прямых линий можно провести через десять точек, расположенных так, что никакие три из них не лежат на одной прямой?

Вариант 18

1. Сколько пятизначных чисел, делящихся на 10, можно составить из цифр 0,1,3,5,8, если цифры в числе не повторяются?

2. Группа из 25 человек выбирает комсорга и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

3. Учащийся имеет по одной монете достоинством в 1,2,3,5,10,15,20 копеек. Сколькими способами он может эти монеты разложить в два кармана?

Вариант 19

1. Найти сумму всех пятизначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5 если цифры в числе не повторяются.

2. Сколько надо взять элементов, чтобы число размещений из них по четыре было в 12 раз больше, чем число размещений из них по 2?

3. В шахматном турнире участвуют 8 студентов. Каждый из участников с каждым из остальных должен сыграть две партии. Сколько всего партий должны сыграть участники турнира?

Вариант 20

1. Найти сумму всех трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5 не повторяя цифры в числе.

2. На станции имеются 8 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них три поезда?

3. Имеются 6 предметов. Сколькими способами их можно распределить на две группы так, чтобы в одной группе было 2 предмета, а в другой 4?

Вариант 21

1. Сколько всевозможных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4 не повторяя цифры в числе.
2. Собрание из 40 человек избирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколькими способами можно выбрать этих пять человек?
3. Подмножество данного множества называется любая часть этого множества. Данное множество состоит из шести элементов. Найти число трехэлементных подмножеств данного множества.