Уважаемые студенты!

Вашему вниманию представлена практическая работа

Задание

1. Ознакомиться с практической работой, **ответить на контрольный вопрос в соответствии со своим порядковым номером в журнале**.

2. **Выполнить задания для самостоятельного решения**, подготовить отчет выполнения практической работы. Отчет должен содержать тему практической работы, цель работы, полностью условие задачи, ее решение и ответ.

4. Фотоотчет к работе присылать на электронную почту в трехдневный срок

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап).

Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическое занятие.

Решение задач на классическое определение вероятностей.

Цели: Формирование основных представлений теории вероятностей: случайные события, совместные и несовместные события, вероятность и т.д. Расчет вероятности на основе классического определения вероятности. Решение задач с использованием теорем сложения и умножения вероятностей.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте понятие случайного события. 2. Совместные и несовместные события. 3. Достоверные и невозможные события. 4. Какие события называются единственновозможными? 5. Какие события образуют полную группу? Противоположные события? 6. Классическое определение вероятности. Диапазон изменения вероятности случайного события. 7. Правило умножения в комбинаторике. Понятие факториала. 8. Перестановка, сочетание, размещение, размещение с повторениями. 9. Сумма нескольких событий. 10. Теорема сложения двух совместных событий. 11. Теорема сложения двух несовместных событий. 12. Произведение двух событий. 13. Какие события называются независимыми в совокупности? 14. Вероятность совместного появления двух зависимых событий. Условная вероятность. 15. Вероятность совместного появления двух независимых событий.

Примеры решения типовых задач

Пример 1. В ящике 7 белых и 9 черных шаров. Наугад вынимают 1 шар. Найти вероятность того, что будет вынут шар черного цвета.

Решение:

Пусть A – событие, состоящее в том, что вынутый черный шар. n = 7+9=15 – число всех равновозможных исходов опыта. m = 9 – число исходов

благоприятствующих событию A. Воспользуемся формулой классической вероятности: $p(A)=\frac{m}{n}$. $p(A)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}=0{,}6$.

Пример 2. В колоде 36 карт. Найти вероятность того, что вытащенная наугад карта из колоды оказалась королям.

Решение:

Пусть A – событие, состоящее в том, что из колоды вынули короля. Воспользуемся формулой классической вероятности: $p(A)=\frac{m}{n}$. В колоде 36 карт, значит n = 36 – число всех равновозможных исходов опыта. Поскольку в колоде всего четыре короля, то m = 4 – число исходов благоприятствующих появлению события A. $p(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

Пример 3. На карточке спортлото 36 клеток. Играющий должен отметить 4. Каково число всех возможных вариантов?

Решение:

Из условия задачи следует, что необходимо найти число сочетаний 4 из 36. Воспользуемся формулой: $C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$.

$$C_{36}^4=\frac{36!}{4!(36-4)!}=\frac{36!}{4!\cdot 32!}=\frac{33\cdot 34\cdot 35\cdot 36}{24}=58905.$$

Пример 4. В ящике 15 деталей, среди которых 10 нестандартных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей две будут нестандартные.

Решение:

Пусть событие A – среди извлеченных 4 деталей 2 нестандартные.

$$p(A)=\frac{m}{n}$$

$n=C_{15}^4$ – общее число четверок, которые можно сформировать из 15 деталей.

$m=C_{10}^2\cdot C_5^2$ – число четверок, благоприятствующих событию A.

По формуле $p(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_{10}^2\cdot C_5^2}{C_{15}^4}=\frac{10!\cdot 5!\cdot 11!\cdot 4!}{8!\cdot 2!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 15!}=\frac{30}{91}\approx 0{,}33$.

Пример 5. Студент сдает экзамен по теории вероятностей. Вероятность получить на экзамене «2» равна 0,1; «3» – 0,6; «4» – 0,2; «5» – 0,1. Какова вероятность того, что студент получит на экзамене положительную оценку?

Решение:

Пусть событие A – студент получит на экзамене положительную оценку. $p(A)=1-p(2)$, т.к. событие A и событие «2» – получить двойку на экзамене являются противоположными.

$$p(A)=1-0{,}1=0{,}9.$$

Пример 6. В юридической фирме 21 % работников получают высокую заработную плату. Известно также, что 40 % работников фирмы – женщины, а 6,4 % работников – женщины, которые получают высокую заработную

плату. Можем ли мы утверждать, что в фирме женщины в среднем получают более низкую заработную плату, чем мужчины?

Решение:

Нам необходимо найти вероятность того, что случайно выбранный работник будет женщина, имеющая высокую заработную плату. Пусть событие A – случайно выбранный работник имеет высокую заработную плату, событие B – случайно выбранный работник – женщина.

Данная задача решается с использованием теоремы о вероятности совместного появления двух зависимых событий: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B)$. Отсюда $p_A(B) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{0{,}064}{0{,}4} = 0{,}16$. Поскольку 0,16 меньше, чем 0,21, то мы можем сделать вывод о том, что женщины имеют более низкую заработную плату по сравнению с мужчинами.

Пример 7. Вероятность того, что первый стрелок поразит мишень равна 0,8, второй – 0,5. Найти вероятность того, мишень будет поражена только один раз.

Решение:

Пусть событие A – попадет первый стрелок. $p(A) = 0{,}8$. Событие B – мишень поразит второй стрелок. $p(B) = 0{,}5$. Интересующее нас событие D – будет ровно одно попадание по мишени, если стрелки сделают только по одному выстрелу. Вероятность того, что первый стрелок не попадет: $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$. Второй стрелок не попадет с вероятностью $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$. Вероятность события D равна:

$$p(D) = p(A) \cdot p(\overline{B}) + p(\overline{A}) \cdot p(B) = 0{,}8 \cdot 0{,}5 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}5.$$

Пример 8. Две пушки стреляют по мишени. Вероятность поражения мишени первой пушкой равна $p(A)$ = 0,75, второй $p(B)$ = 0,6. Какова вероятность того, что мишень будет поражена, если пушки сделают по одному залпу? События A и B независимы.

Решение:

Интересующие нас событие C – будет поражена мишень. Мишень будет поражена либо когда будет одно попадание, либо два. Таким образом, необходимо найти вероятность хотя бы одного попадания по мишени. Воспользуемся теоремой сложения совместных событий:

$$p(C) = p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB)$$

Поскольку события A и B независимы, данную формулу перепишем в следующем виде:

$$p(C) = p(A) + p(B) - p(A)p(B). \quad p(C) = 0{,}75 + 0{,}6 - 0{,}75 \cdot 0{,}6 = 0{,}9.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. В урне находятся 16 белых и 8 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым?

5.2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5.

3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса.

4. Преступник знает, что шифр сейфа составлен из цифр 1, 3, 5 и 8, но не знает, в каком порядке их набирать. Какова вероятность того, что преступник откроет сейф с первой попытки?

5. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что *а*) все пять шаров белые; *б*) 2 из них белые, а 3 черные?

6. Из колоды в 36 карты наугад одна за другой вынимаются две карты. Найти вероятность того, что а) обе карты оказались пиковые, б) вынули валет и короля.

7. Какова вероятность того, что в компании из n человек хотя бы у двоих совпадут дни рождения? (Для простоты предполагается, что 29 февраля не является днем рождения).

8. Студент сдает два экзамена: экономику и математику. Вероятность сдачи экономики равна $p(A)=0{,}7$, а математики – $p(B)=0{,}65$. Найти вероятность того, что студент:

а) сдаст два экзамена; *б*) сдаст один экзамен; *в*) сдаст хотя бы один экзамен; *г*) не сдаст ни одного экзамена; *д*) не сдаст сессию?

9. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

10. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,85, для третьего – 0,6. Определить вероятность того, что один стрелок попадет в цель.

11. Из четырех человек *A, B, C, D* один (*A*) получил информацию, которую в виде сигнала «да» или «нет» сообщает второму (*B*), второй – третьему (*C*), третий – четвертому (*D*), а последний (*D*) объявляет результат полученной информации таким же образом, как и все другие. Известно, что каждый из них говорит правду только в одном случае из трех. Какова вероятность того, что первый из лгунов сказал правду, если четвертый сказал правду?

12. Владелец одной карточки лотереи «Спортлото» (6 из 49) зачеркивает 6 номеров. Какова вероятность того, что им будет угадано все 6 номеров в очередном тираже.