

Уважаемые студенты групп!

**Вашему вниманию представлена лабораторная работа на тему
«ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С ИТЕРАЦИОННЫМ
ЦИКЛОМ». Работа рассчитана на 6 часов**

Задание

1. Реализовать в системе Паскаль приведенный пример выполнения задания, протестировать программу и исправить ошибки.
 2. Лабораторные работы оформляются в тетради в клеточку!
 3. Дата предоставления фотоотчет будет сообщена дополнительно
 4. С уважением Ганзенко Ирина Владимировна
- !!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721134803 (вацап),
+79591134803 (телеграмм)
disobuch.ganzenko2020@mail.ru

РАБОТА 6

**ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С ИТЕРАЦИОННЫМ
ЦИКЛОМ**

Цель работы: закрепление теоретического материала, приобретение практических навыков программирования и решения на ЭВМ задач с итерационными циклами.

1 Теоретические положения

Следует знать, что *итерационным* называют вычислительный процесс (цикл), количество повторений которого заранее неизвестно. Условием окончания вычисления является достижение заданной точности, которая характеризуется величиной погрешности ε . ε - малое положительное число.

К итерационным циклам приводит использование методов последовательных приближений. Суть таких методов составляет многократное вычисление одной и той же итерационной формулы, причем результат предыдущего вычисления является исходным для последующего вычисления.

Методы последовательных приближений используются при вычислении рядов с заданной точностью, при нахождении корней алгебраических и трансцендентных уравнений вида $f(x)=0$ и т.д.

2 Пример вычисления значения функции Бесселя $J_2(x)$

Составить блок-схему алгоритма и программу для вычисления

значения функции Бесселя $J_2(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, когда $x = 2$, воспользовавшись формулой

$$J_2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+2}}{k!(k+2)!}, \quad (x \geq 0).$$

Эта задача на организацию итерационного вычислительного процесса, к которому сводится расчет с заданной точностью рядов с бесконечной верхней границей. При этом используется известное положение, что процесс вычисления суммы знакопеременных и некоторых знакопостоянных рядов может быть прекращен, как только очередной исчисленный член ряда будет по модулю меньше заданной разрешенной погрешности ε .

выходной ряд

$$J_2(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{0!2!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{1!3!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{2!4!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{3!5!} + \dots,$$

$$\text{или } J_2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k$$

перепишем в виде рекуррентного соотношения.

Для этого отметим, что пусть $U_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2$ тогда

$$U_2 = -U_1 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1 \cdot 3}; \quad U_3 = -U_2 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2 \cdot 4};$$

$$U_4 = -U_3 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{3 \cdot 5}; \quad U_5 = -U_4 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{4 \cdot 6};$$

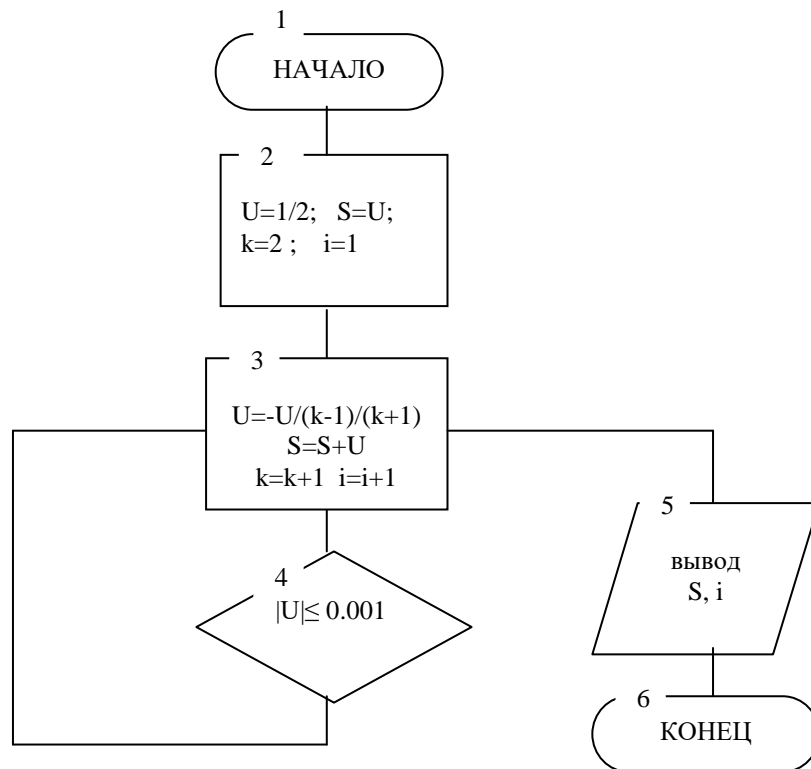
и так далее. Из этого следует, что произвольный член ряда может быть вычислен по рекуррентной формуле

$$U_k = -U_{k-1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(k-1)(k+1)} \quad (k = 2, 3, \dots)$$

Так как $x = 2$, то формулы существенно упрощаются

$$U_k = \frac{-U_{k-1}}{(k-1)(k+1)} \quad (k = 2, 3, \dots), \text{ где } U_1 = \frac{1}{2}.$$

2.1 Блок - схема алгоритма



2.4 Программа вычисления значения функции Бесселя $J_2(x)$.

```
program bessel;  
uses crt;  
var  
  k,i:integer;  
  U,S:real;  
  
begin  
  clrscr;  
  U:=1/2;  
  S:=U;  
  k:=2;  
  i:=1;  
  repeat  
    U:=-U/((k-1)*(k+1));  
    S:=S+U;  
    k:=k+1;  
    i:=i+1;  
  until ABS(U)<=0.001;  
  writeln ( 'сумма ряда равна =', S);
```

```
writeln ( 'количество членов ряда равна =', i)
readln;
end.
```

2.5 Реакция ЭВМ

сумма ряда равна = 0.353
количество членов ряда равно = 5

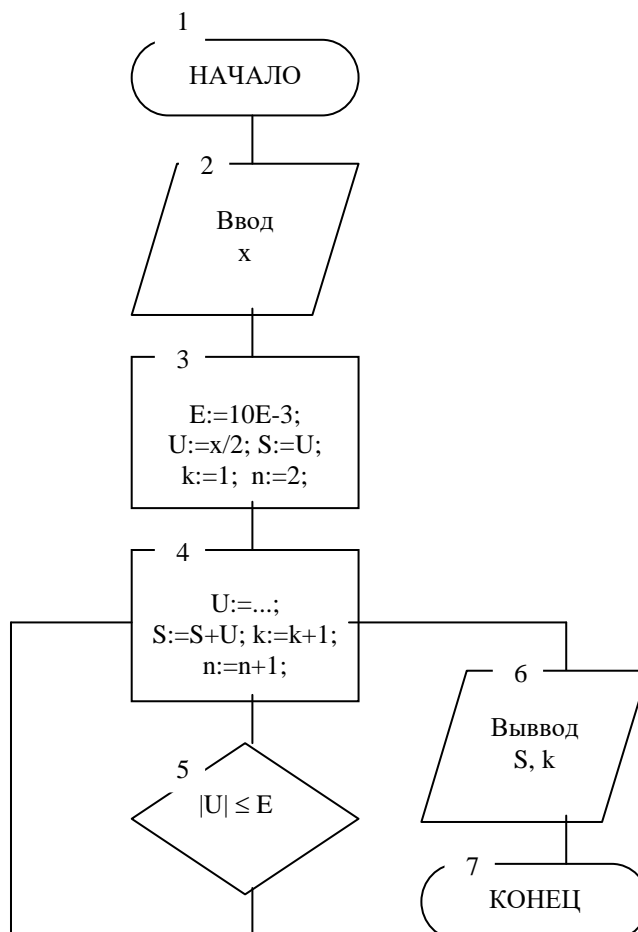
3 Пример вычисления суммы бесконечного ряда

Составить блок-схему алгоритма, программу для вычисления суммы бесконечного ряда с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$S(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2 \cdot 4} + \frac{x^5}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots,$$

Или $S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k$.

3.1 Блок-схема алгоритма



3.2 Программа вычисления суммы бесконечного ряда

```
program suma;
uses crt;
var
  x, U, S, E: real;
  k, n: integer;

begin
  clrscr;
  write ( 'введите x =');
  readln (x);
  E = 10E-3;
  U = x / 2;
  S = U;
  k: = 1;
  n = 2;
  repeat
    U = - U * sqr (x) / (2 * n)
    S = S + U;
    k = k + 1;
    n = n + 1;
  until abs (U) <= E;
  writeln ( 'сумма ряда равна', S: 6: 3);
  writeln ( 'количество членов ряда ", k);
  readln;
end.
```

3.3 Реакция ЭВМ

введите x = 5 сумма ряда равна 0.201 количество членов ряда 35
--

4 Контрольные вопросы

1. Дайте определение итерационного цикла.
2. В чем суть итерационных вычислений?
3. Функция Бесселя (см. Разд. 2) может быть рассчитана с помощью вычисления членов ряда по формуле

$$U_k = (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+2}}{k!(k+2)!}$$

и по формуле

$$U_k = -U_{k-1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(k-1)(k+1)}.$$

Почему в программе использована последняя формула ($x=2$)?

4. Для вычисления функции в ЭВМ используется представление этой функции, например в виде

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

Чем это вызвано?

5. Объясните, почему в программе вычисления значения функции Бесселя используется цикл с предусловием (раздел 2).

6. Объясните схему алгоритма для вычисления значения функции Бесселя (раздел 2).

7. Для чего в программе вычисления значения функции Бесселя используются переменные i и k .

8. Почему для вычисления значения функции Бесселя мы задали величину погрешности $\varepsilon = 10^{-3}$. Как меняется результат при изменении значения $\varepsilon = 10^{-2}$, и $\varepsilon = 10^{-4}$.

5 Задания к лабораторной работе

1. Составить схему алгоритма и программу для вычисления суммы бесконечного ряда (таблица 1) с высокой точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Принять $x = 0.8$.

2. Дополнить программу задания 1 таким образом, чтобы на печать, кроме суммы ряда, выводилась количество членов, входящих в сумму.

3. Реализовать программы заданий 1 и 2 на ЭВМ, результаты записать. В соответствии с программой задачи 2 провести вычисления при $\varepsilon \neq 10^{-3}$. Результаты записать.

4. Сделать выводы по проделанной работы. Например, почему и как меняется результат при изменении значения ε ?

Таблица 1. Варианты задания 1

Вариант	Ряд
1	$1 - \frac{4}{3^2 \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{16}{3^4 \cdot 3\sqrt{3}} - \frac{64}{3^6 \cdot 4\sqrt{4}} + \dots$
2	$1 - \frac{\sqrt{5 \cdot 3}}{2 \cdot 5} + \frac{\sqrt{9 \cdot 3^2}}{4 \cdot 5^2} - \frac{\sqrt{13 \cdot 3^3}}{8 \cdot 5^3} + \dots$
3	$\frac{1}{2} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9}{2 \cdot 8 \cdot 14} - \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13}{2 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 20} + \dots$
4	$\frac{2\sqrt{5}}{2} - \frac{3\sqrt{7}}{2^2} + \frac{4\sqrt{9}}{2^3} - \frac{5\sqrt{11}}{2^4} + \dots$
5	$1 - \frac{3 \cdot 2\sqrt{2}}{5^2} + \frac{3^2 \cdot 3\sqrt{3}}{5^4} - \frac{3^3 \cdot 4\sqrt{4}}{5^6} + \dots$
6	$1 - \frac{3}{5^2 \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{3^2}{5^4 \cdot 3\sqrt{3}} - \frac{3^3}{5^6 \cdot 4\sqrt{4}} + \dots$
7	$\frac{x^3}{1!\sqrt{2}} - \frac{x^4}{2!\sqrt{3}} + \frac{x^5}{3!\sqrt{4}} - \frac{x^6}{4!\sqrt{5}} + \dots$
8	$\frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 2!} + \frac{x^5}{2^5 \cdot 2!3!} - \frac{x^7}{2^7 \cdot 3!4!} + \dots$
9	$\frac{\pi \cdot x^3}{1! \cdot 3} - \frac{\pi^3 \cdot x^7}{3! \cdot 7} + \frac{\pi^5 \cdot x^{11}}{5! \cdot 11} - \frac{\pi^7 \cdot x^{15}}{7! \cdot 15} + \dots$
10	$x - \frac{\pi^2 \cdot x^5}{2! \cdot 5} + \frac{\pi^4 \cdot x^9}{4! \cdot 9} - \frac{\pi^6 \cdot x^{13}}{6! \cdot 13} + \dots$
11	$1 - \frac{x\sqrt{x}}{3!} + \frac{x^2\sqrt{x^3}}{5!} - \frac{x^3\sqrt{x^5}}{7!} + \dots$
12	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
13	$\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 4} - \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 6} + \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 8} - \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 10} + \dots$
14	$\frac{x^2}{2^2} - \frac{x^4}{2^4 \cdot 2!} + \frac{x^6}{2^6 \cdot 3!} - \frac{x^8}{2^8 \cdot 4!} + \dots$
15	$\frac{\sqrt{1 \cdot 3^2}}{1 \cdot 5} + \frac{\sqrt{4 \cdot 3^4}}{4 \cdot 5^2} - \frac{\sqrt{7 \cdot 3^6}}{7 \cdot 5^3} + \dots$
16	$\frac{3}{3^3 \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{9}{3^4 \cdot 3\sqrt{3}} - \frac{27}{3^5 \cdot 4\sqrt{4}} + \dots$

17	$\frac{1}{3} - \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9} - \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} + \dots$
18	$\frac{\pi \cdot x^2}{1! \cdot 2} - \frac{\pi^3 \cdot x^5}{2! \cdot 5} + \frac{\pi^5 \cdot x^8}{3! \cdot 8} - \frac{\pi^7 \cdot x^{11}}{4! \cdot 11} + \dots$
19	$\frac{x^2}{2^2} - \frac{x^4}{2^4 \cdot 2!} + \frac{x^6}{2^6 \cdot 3!} - \frac{x^8}{2^8 \cdot 4!} + \dots$
20	$1 - \frac{x^2 \sqrt{x}}{2} + \frac{x^3 \sqrt{x^2}}{2^2} - \frac{x^4 \sqrt{x^3}}{2^3} + \dots$
21	$\frac{2}{2! \cdot 4!} - \frac{2^2}{3! \cdot 5!} + \frac{2^3}{4! \cdot 6!} - \frac{2^4}{5! \cdot 7!} + \dots$
22	$\pi - \frac{\pi^2}{2!} + \frac{\pi^3}{3!} - \frac{\pi^4}{4!} + \dots$
23	$\frac{x \cdot \sqrt{x^2}}{\sqrt{3}} - \frac{x^2 \cdot \sqrt{x^5}}{\sqrt{3^3}} + \frac{3^3 \cdot \sqrt{x^8}}{\sqrt{3^5}} - \frac{3^4 \cdot \sqrt{x^{11}}}{\sqrt{3^7}} + \dots$
24	$\frac{x^3}{1 \cdot 3} - \frac{\pi^2 \cdot x^5}{3! \cdot 5} + \frac{\pi^4 \cdot x^7}{5! \cdot 7} - \frac{\pi^6 \cdot x^9}{7! \cdot 9} + \dots$
25	$1 - \frac{3^2}{2^2 \cdot 3\sqrt{4}} + \frac{3^4}{2^4 \cdot 6\sqrt{8}} - \frac{3^6}{2^6 \cdot 9\sqrt{12}} + \dots$
26	$x - \frac{\pi^2 \cdot x^5}{2! \cdot 5} + \frac{\pi^4 \cdot x^9}{4! \cdot 9} - \frac{\pi^6 \cdot x^{13}}{6! \cdot 13} + \dots$
27	$1 - \frac{\sqrt{1 \cdot 2}}{\sqrt{2 \cdot 3}} + \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{\sqrt{4 \cdot 5}} - \frac{\sqrt{4 \cdot 5}}{\sqrt{6 \cdot 7}} + \dots$
28	$1 - \frac{\sqrt{2 \cdot 3^2}}{3 \cdot 4} + \frac{\sqrt{4 \cdot 3^4}}{6 \cdot 4^2} - \frac{\sqrt{6 \cdot 3^6}}{9 \cdot 4^3} + \dots$
29	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
30	$\frac{x}{1! \cdot 2} - \frac{x^2}{3! \cdot 2^2} + \frac{x^3}{5! \cdot 2^3} - \frac{x^4}{7! \cdot 2^4} + \dots$