

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

### Задание:

- Повторить теорию;
- Решить примеры для самостоятельного решения;
- Ответить на вопросы;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или [hvastov@rambler.ru](mailto:hvastov@rambler.ru)
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на [hvastov@rambler.ru](mailto:hvastov@rambler.ru)
- **Работу сдать после окончания карантина или при посещении практики**

**ТЕМА:** Применение методов интегрирования.

**ЦЕЛЬ:** Формировать умение применять комплекс знаний из темы: "Интегральное исчисление" к решению задач и систематизировать теоретические знания.

### ЗАДАЧА.

Найти неопределенные интегралы, применяя (коэффициенты  $m$ ,  $a$ ,  $b$  преподаватель задает индивидуально):

Задача 1. Найти неопределенные интегралы, используя интегрирование частями.

Задача 2. Найти неопределенные интегралы от тригонометрических функций.

Задача 3. Найти неопределенные интегралы от тригонометрических функций, используя универсальную тригонометрическую подстановку.

Задача 4. Найти неопределенные интегралы от рациональных функций методом неопределенных коэффициентов.

Задача 5\*. Найти неопределенные интегралы от рациональных функций

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем содержание метода интегрирования частями?
2. Записать формулу интегрирования частями.
3. Как разложить рациональную дробь на простые дроби?
4. В чем содержание метода неопределенных коэффициентов?
5. Записать тригонометрические формулы, которые применяют для упрощения тригонометрических выражений при интегрировании тригонометрических функций.
6. Записать универсальную тригонометрическую подстановку.
7. Какие методы используют для упрощения иррациональных выражений?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Валуцэ И. И. Математика для техникумов. - Г.: Наука, 1980.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. -Г.: "Высшая школа", 1979.
3. Алгебра и начало анализа./ Под ред. Г. Н. Яковлева. - Г.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит. 1978, 336 с. ч.И.
4. Математика: учебник для студентов економ. специальностей вищ. навч. закладов I-II уровней аккредитации/ Лейфура В.М. и др.; за ред. В.М. Лейфури. - К.: Техника, 2003.-640 с.: ил.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Программой курса высшей математики при изучении "Интегрального исчисления" предполагается рассмотрение таких вопросов: интегрирование по частям, методы интегрирования тригонометрических, рациональных и иррациональных функций.

**Интегрирование по частям.** Пусть  $u(x), v(x)$  - дифференцируемые функции, тогда справедливая формула:  $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)dx$ , или короче:  $\int u dv = uv - \int v du$ . Эта формула употребится в тех случаях, когда под интегральное выражение  $f(x)dx$  можно так представить в виде  $u dv$ , что интеграл  $\int v du$  исчисляется проще исходного.

Интегрирование рациональных функций.

Постановка задачи:  $P_n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

$$\int P_n(x)dx = ? \quad \int \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}dx = ?$$

$$1). \quad n = 0 \quad \int \frac{dx}{Q_m(x)} \quad 2). \quad n < m (n \neq 0) \quad \int \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}dx$$

$$3). \quad n \geq m (n \neq 0) \quad \int \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = A \int Z_k(x)dx + B \int \frac{R_i(x)}{Q_m(x)}dx \quad i < m, k \in \mathbb{Z}, A, B \in \mathbb{R}$$

Теорема 1: Пусть  $n < m$ , тогда, если:

$Q_m(x) = (x - c_1)^{\lambda_1} (x - c_2)^{\lambda_2} \dots (x - c_r)^{\lambda_r} \cdot (x - z_1)^{\mathcal{S}_1} (x - z_2)^{\mathcal{S}_2} \dots (x - z_s)^{\mathcal{S}_s}$ , где  $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_r + \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2 + \dots + \mathcal{S}_s = m$ ,  $c_i \in \mathbb{R}$ ,  $z_i \in \mathbb{C}$ , то

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{A_1^1}{(x - c_1)^1} + \frac{A_2^1}{(x - c_1)^2} + \dots + \frac{A_{\lambda_1}^1}{(x - c_1)^{\lambda_1}} + \frac{A_1^2}{(x - c_2)^1} + \dots + \frac{A_{\lambda_2}^2}{(x - c_2)^{\lambda_2}} + \dots + \frac{A_r^r}{(x - c_r)^{\lambda_r}} + \frac{B_1^1 x + C_1^1}{x^2 + p_1 x + q_1} + \dots + \frac{B_{s_1}^1 x + C_{s_1}^1}{(x^2 + p_1 x + q_1)^{s_1}} + \frac{B_1^2 x + C_1^2}{x^2 + p_2 x + q_2} + \dots + \frac{B_{s_2}^2 x + C_{s_2}^2}{(x^2 + p_2 x + q_2)^{s_2}} + \dots + \frac{B_s^s x + C_s^s}{(x^2 + p_s x + q_s)^{s_s}}$$

Теорема 1: Пусть , тогда, если: , где , то

Из этой теоремы видно, что для интегрирования любой рациональной функции необходимо уметь интегрировать следующие функции:

$$1. \frac{A}{x \pm a} \quad 2. \frac{A}{(x \pm a)^k} \quad 3. \frac{A}{x^2 + px + q} \quad 4. \frac{A}{(x^2 + px + q)^k} \quad 5. \frac{Bx + C}{x^2 + px + q}$$

$$6. \frac{Bx + C}{(x^2 + px + q)^k} \quad 7. \frac{A}{x^2 - a^2} \quad 8. \frac{A}{x^2 + a^2} \quad 9. \frac{A}{(x^2 - a^2)^k} \quad 10. \frac{A}{(x^2 + a^2)^k}$$

## Интегрирование функций, которые рационально зависят от тригонометрических

$$R(x) = R(\sin^n x, \cos^m x)$$

Универсальная подстановка:  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , тогда:  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$   $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$   $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$   
 $R(x) = R(\sin^{2n} x, \cos^{2m} x)$  подстановка:  $t = \operatorname{tg} x$

$n$  или  $m$  - нечетные: вносим функцию при нечетной степени под знак дифференциала.

### Примеры решения задач

**Пример №1.** Вычислить  $\int x^2 \cos x dx$

Положим  $u = x^2$ ,  $dv = \cos x dx$ . Тогда  $du = 2x dx$ ,  $v = \int \cos x dx = \sin x + C$ . В качестве  $v$  выберем первоначальную при  $C = 0$ . Получим  $\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x dx$ .

Снова  $u = x$ ,  $dv = \sin x dx$ . Тогда  $du = dx$ ,  $v = \int \sin x dx = -\cos x + C$ . Окончательно получим:  $\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x - 2 \left( -x \cos x - \int (-\cos x) dx \right) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$

**Пример 2.**

$$G = \int e^x \cos x dx = \left| \begin{array}{l} \cos x = u, \quad du = -\sin x dx; \\ e^x dx = dv \Rightarrow v = e^x \end{array} \right| =$$

$$= e^x \cos x - \int -\sin x \cdot e^x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = u, \quad du = \cos x dx; \\ e^x dx = dv \Rightarrow v = e^x \end{array} \right| =$$

$$= e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \cos x dx = e^x (\cos x + \sin x) - G.$$

Итак, достали уравнение  $G = e^x (\cos x + \sin x) - G$ , из которого находим

$$G = \int e^x \cos x dx = \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + C.$$

**Пример 3.**

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}+1)} = \left| \begin{array}{l} x = t^6, \\ dx = 6t^5 dt; \\ t = \sqrt[6]{x} \end{array} \right| = \int \frac{6t^5 dt}{t^3(t^2+1)} = 6 \int \frac{t^2+1-1}{t^2+1} dt =$$

$$6 \int \left( 1 - \frac{1}{t^2+1} \right) dt = 6(t - \operatorname{arctg} t) + C = 6\sqrt[6]{x} - 6 \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + C.$$

**Пример 4.**  $\int \frac{\sin x dx}{1+3\cos x} = \int \frac{d(-\cos x)}{1+3\cos x} = -\frac{1}{3} \int \frac{d(3\cos x)}{1+3\cos x} = -\frac{1}{3} \int \frac{d(1+3\cos x)}{1+3\cos x} = -\frac{1}{3} \ln|1+3\cos x| + C.$

**Пример 5.**

$$\int \frac{3x-1}{4x^2-4x+17} dx = \int \frac{3x-1}{4\left(x^2-x+\frac{17}{4}\right)} dx =$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{(3x-1)dx}{x^2-2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{17}{4}} = \frac{1}{4} \int \frac{(3x-1)dx}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + 4} = \left| \begin{array}{l} x-\frac{1}{2} = t; dx = dt \\ x = t + \frac{1}{2}; \end{array} \right| =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4} \int \frac{3t + \frac{3}{2} - 1}{t^2 + 4} dt = \frac{3}{4} \int \frac{tdt}{t^2 + 4} + \frac{1}{8} \int \frac{dt}{t^2 + 4} = \\
&\frac{3}{8} \ln(t^2 + 4) + \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \frac{t}{2} + C = \frac{3}{8} \ln \left( x^2 - x + \frac{17}{4} \right) + \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \frac{x - \frac{1}{2}}{2} + C = \\
&= \frac{3}{8} \ln(4x^2 - 4x + 17) + \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \frac{2x - 1}{4} + C.
\end{aligned}$$

### Пример 6.

$$\int \frac{x^4 + 2x}{x^3 + 8} dx = \left. \begin{array}{l} x^4 + 2x \Big| x^3 + 8 \\ x^4 + 8x \\ -6x \end{array} \right| \frac{x^4 + 2x}{x^3 + 8} = x - \frac{6x}{x^3 + 8};$$

$$\begin{aligned}
\frac{6x}{x^3 + 8} &= \frac{6x}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2 - 2x + 4} = \\
&= \frac{A(x^2 - 2x + 4) + (Bx+C)(x+2)}{x^3 + 8} \Rightarrow 6x = A(x^2 - 2x + 4) + (Bx+C)(x+2) \Leftrightarrow
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 6x = x^2(A+B) + x(-2A+2B+C) + 4A+2C;$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 \left\{ \begin{array}{l} 0 = A+B \\ 6 = -2A+2B+C \end{array} \right. \\ x^1 \left\{ \begin{array}{l} 0 = 4A+2C \end{array} \right. \\ x^0 \left\{ \begin{array}{l} 0 = 4A+2C \end{array} \right. \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = -1 \\ B = 1 \\ C = 2 \end{array} \right. = \int \left( x + \frac{1}{x+2} - \frac{x+2}{x^2 - 2x + 4} \right) dx =$$

$$x = -2 \Rightarrow -12 = 12A$$

$$= \frac{x^2}{2} + \ln|x+2| - \int \frac{(x+2)dx}{(x-1)^2 + 3} = \left. \begin{array}{l} x-1=t \\ dx=dt \\ x=t+1 \end{array} \right| = \frac{x^2}{2} + \ln|x+2| - \int \frac{t+3}{t^2+3} dt =$$

$$= \frac{x^2}{2} + \ln|x+2| - \int \frac{tdt}{t^2+3} - 3 \int \frac{dt}{t^2+3} = \frac{x^2}{2} + \ln|x+2| - \frac{1}{2} \ln(t^2+3) -$$

$$- \frac{3}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + C = \frac{x^2}{2} + \ln|x+2| - \ln \sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{\sqrt{3}} + C.$$

$$\text{Пример 7. } \int \frac{dx}{\sin x} = \left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t, x = 2 \operatorname{arctg} t, \\ dx = \frac{2dt}{1+t^2}; \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \end{array} \right| = \int \frac{(1+t^2)2dt}{2t(1+t^2)} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C.$$

*Замечание.* На практике универсальную тригонометрическую подстановку используют, если  $\sin x$ ,  $\cos x$  входят в невысокой степени (иначе расчеты будут очень сложные).

II. Підінтегральна функція - непарная относительно  $\sin x$ , тогда делают подстановку  $\cos x = t$ .

$$\text{Пример 8. } \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \cdot \sin x}{\cos^2 x \cdot \sin x} dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \sin x dx =$$

$$\int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \sin x dx = \left. \begin{array}{l} \cos x = t \\ \sin x dx = -dt \end{array} \right| = \int \frac{1-t^2}{t^2} (-dt) =$$

$$= \int \left( 1 - \frac{1}{t^2} \right) dt = t + \frac{1}{t} + C = \cos x + \frac{1}{\cos x} + C.$$

**Пример 9.**  $\int \cos^3 x \sin^2 x dx = \int \cos^3 x \sin^2 x \frac{\cos x}{\cos x} dx =$

$$\int \cos^2 x \cdot \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) \sin^2 x \cos x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ dt = \cos x dx \end{array} \right| =$$

$$= \int (1 - t^2) t^2 dt = \frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5} + C = \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C.$$

**Пример 10.**  $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^2 x} = \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg} x = t, \quad x = \operatorname{arctg} t, \quad dx = \frac{dt}{1+t^2}; \\ \sin^2 x = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x} = \frac{t^2}{1+t^2}; \\ \cos^2 x = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{1+t^2} \end{array} \right| =$

$$= \int \frac{(1+t^2)^2 (1+t^2) dt}{t^4 (1+t^2)} = \int \frac{1+2t^2+t^4}{t^4} dt = \int \left( \frac{1}{t^4} + \frac{2}{t^2} + 1 \right) dt = \frac{1}{3t^3} - \frac{2}{t} + t + C = \operatorname{tg} x - \frac{1}{3\operatorname{tg}^3 x} - 2\operatorname{ctg} x + C.$$

### Задачи для самостоятельного решения

вариант	Используя метод замены сменной, или внесение под знак дифференциалу найти неопределенные интегралы:		
1	$\int x \cdot \cos(5x^2 - 1) dx$	$\int x^3 \cdot e^{x^4-3} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt{1-3\delta^2}} dx$
2	$\int \frac{\sin x}{\sqrt{5-\cos^2 x}} dx$	$\int x^2 \cdot e^{x^3-3} dx$	$\int \frac{dx}{1+7x}$
3	$\int x \cdot \cos(2x^2 - 3) dx$	$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{4x} + 25}} dx$	$\int \frac{3x^2}{1-5\delta^3} dx$
4	$\int x \cdot \sin(9x^2 - 5) dx$	$\int \frac{3x^2}{\sqrt{1-5\delta^3}} dx$	$\int \frac{e^{3x}}{e^{6x} + 25} dx$
5	$\int \sin(10x - 8) dx$	$\int \frac{\delta^2 dx}{1+x^4}$	$\int x^2 \cdot e^{4-x^3} dx$
6	$\int \cos(2x + 3) dx$	$\int 2x^3 \cdot e^{x^4+6} dx$	$\int \frac{2x}{\sqrt{1-7\delta^2}} dx$
7	$\int \frac{2 \sin x}{\sqrt{3+\cos^2 x}} dx$	$\int e^{-4x+7} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt[4]{(x^2-8)^3}} dx$
8	$\int \frac{5 \cos x}{\sqrt{4+\sin^2 x}} dx$	$\int 3x^4 \cdot e^{x^5+3} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt{2+\delta^2}} dx$
9	$\int \frac{3x}{\sqrt[3]{(x^2+5)^2}} dx$	$\int x^2 \cdot e^{2x^3+6} dx$	$\int \frac{dx}{7-5x}$

10	$\int x \cdot e^{x^2+2} dx$	$\int \frac{\cos x}{\sqrt{16-25\sin^2 x}} dx$	$\int \frac{x^2}{1-2\delta^3} dx$
11	$\int \frac{6e^{3x}}{\sqrt{e^{6x}+9}} dx$	$\int \frac{x^4}{\sqrt{1-3\delta^5}} dx$	$\int \frac{5e^{3x}}{e^{6x}+36} dx$
12	$\int e^{2x} \sqrt{e^{2x}-1} dx$	$\int \frac{4\delta^2 dx}{1+x^3}$	$\int x^2 \cdot e^{1-5x^3} dx$
13	$\int 5 \cos(4x-1) dx$	$\int x^3 \cdot e^{3-x^4} dx$	$\int \frac{2x}{\sqrt{\delta^2-8}} dx$
14	$\int \sin 3x \cdot \cos 3x dx$	$\int 13e^{3x-7} dx$	$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2-8)^5}} dx$
15	$\int 6x^2 \cdot e^{x^3+1} dx$	$\int \frac{4x^2}{\sqrt{3+\delta^3}} dx$	$\int \frac{e^{4x}}{e^{8x}+25} dx$
16	$\int 3x \cdot \cos(x^2+10) dx$	$\int \frac{\delta^3 dx}{1+x^6}$	$\int x^2 \cdot e^{x^3+8} dx$
17	$\int (-7)x \cdot \sin(x^2+2) dx$	$\int x^3 \cdot e^{2-x^4} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt{1-5\delta^2}} dx$
18	$\int \frac{2}{3} \sin(x+5) dx$	$\int \delta e^{-4x^2+7} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt[4]{(3-x^2)^3}} dx$
19	$\int \cos(2x+3) dx$	$\int 3x^3 \cdot e^{x^4-2} dx$	$\int \frac{x^2}{\sqrt{2+\delta^3}} dx$
20	$\int \frac{4 \sin x}{\sqrt{6-\cos^2 x}} dx$	$\int x^6 \cdot e^{2x^7-6} dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{7-5x}}$
21	$\int \frac{\cos x}{\sqrt{9-4\sin^2 x}} dx$	$\int \frac{\cos x}{\sqrt{16-\sin^2 x}} dx$	$\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{1-2\delta^3}} dx$
22	$\int \frac{x}{\sqrt[3]{(x^2-8)^2}} dx$	$\int \frac{x^4}{\sqrt{1+\delta^5}} dx$	$\int \frac{e^x}{e^{2x}+16} dx$
23	$\int x \cdot e^{2x^2-8} dx$	$\int \frac{3x^2}{\sqrt{(1-5\delta^3)^3}} dx$	$\int \frac{\cos x}{\sqrt{16-\sin^2 x}} dx$
24	$\int x^2 \cdot e^{2x^3} dx$	$\int \frac{\delta^2 dx}{(1+x^3)^4}$	$\int 3x^2 \cdot e^{x^3-2} dx$

25	$\int x \cdot \cos(x^2 - 5) dx$	$\int 2x^2 \cdot e^{x^3+6} dx$	$\int \frac{2x}{\sqrt{(1-5\delta^2)^3}} dx$
26	$\int x \cdot \sin(9x^2 - 5) dx$	$\int e^{x-3} dx$	$\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{(x^3-8)^3}} dx$
27	$\int 9 \sin(x-2) dx$	$\int x^4 \cdot e^{4-x^5} dx$	$\int \frac{x}{\sqrt{1-\delta^2}} dx$
28	$\int \cos(x - \frac{5}{7}) dx$	$\int x^2 \cdot e^{2x^3+6} dx$	$\int \frac{dx}{7-5x}$
29	$\int \frac{2 \sin x}{\sqrt{4 + \cos^2 x}} dx$	$\int \frac{\cos x}{\sqrt{1-25 \sin^2 x}} dx$	$\int \frac{-9x^2}{1-2\delta^3} dx$
30	$\int (5^{3-4x} + e^{x+2}) dx$	$\int \frac{x^4}{\sqrt{1+7\delta^5}} dx$	$\int \frac{-3e^{3x}}{e^{6x} + 36} dx$

Используя классы интегралов, которые интегрируются по частям, найти интегралы

вариант	1 класс	2 класс	3 класс
1	$\int (x+1) \sin x dx$	$\int \ln^2 x dx$	$\int \cos x \cdot e^{2x} dx$
2	$\int x \cos x dx$	$\int (x^2+1) \ln x dx$	$\int e^{-3x} \sin x dx$
3	$\int (x+4) e^x dx$	$\int \arctg x (x+1) dx$	$\int e^x \sin(5x+1) dx$
4	$\int x \sin x dx$	$\int \arccos 5x dx$	$\int \cos(2-3x) e^x dx$
5	$\int 5x \cos 8x dx$	$\int x \arcsin 2x dx$	$\int e^{-5x} \cos x dx$
6	$\int 3x e^{-2x} dx$	$\int (x+2) \ln x dx$	$\int e^{3x} \sin x dx$
7	$\int (2x+1) \sin x dx$	$\int \arctg(2x) dx$	$\int \sin(2x-3) e^{-2x} dx$
8	$\int \sin(2x-3) e^{-2x} dx$	$\int (3x+1) \arcsin x dx$	$\int \cos(4x-2) e^{3x} dx$
9	$\int (8x-3) e^x dx$	$\int x^2 \arccos x dx$	$\int \cos(-2x) e^x dx$
10	$\int 4x e^{-3x} dx$	$\int (x^2+2) \ln 2x dx$	$\int \sin(6x-3) e^x dx$

11	$\int 5x \cos(-2x) dx$	$\int \operatorname{arctg}(-x) dx$	$\int e^{3x} \cos(1-2x) dx$
12	$\int 3x \sin(-5x) dx$	$\int 3x \arcsin x dx$	$\int e^{-4x} \sin(5+7x) dx$
13	$\int (5x+3) \cos x dx$	$\int \arccos 5x dx$	$\int \sin(1-5x) e^{-3x} dx$
14	$\int (3-4x) \sin x dx$	$\int (\arccos x)^2 dx$	$\int \cos 3x e^x dx$
15	$\int \cos 3x e^x dx$	$\int (x-5) \arcsin x dx$	$\int \sin(1-x) e^{4x} dx$
16	$\int (2x+3) e^x dx$	$\int \arccos 3x(2-x) dx$	$\int e^x \sin(x-5) dx$
17	$\int (x+1) \sin 3x dx$	$\int \operatorname{arctg}(x-2) \cdot x^2 dx$	$\int \cos(3x-2) e^{2x} dx$
18	$\int (4-x) \cos 5x dx$	$\int \arcsin 5x(4-2x) dx$	$\int e^{-3x} \sin(1-5x) dx$
19	$\int x e^{-6x} dx$	$\int \ln(8-6x) \cdot x dx$	$\int e^{2x} \sin(4-3x) dx$
20	$\int 5x \sin x dx$	$\int (2-x) \ln x dx$	$\int e^x \cos(3x+5) dx$
21	$\int (2-5x) \cos x dx$	$\int (4-x) \arcsin x dx$	$\int e^{3x} \sin(5x-1) dx$
22	$\int x e^{2x} dx$	$\int (5-x) \arccos x dx$	$\int e^{4x} \sin(6-5x) dx$
23	$\int (3x+5) \sin x dx$	$\int -4x \operatorname{arctg} x dx$	$\int e^{-2x} \cos(2x+3) dx$
24	$\int \cos 5x(4-3x) dx$	$\int (3x+5) \ln x dx$	$\int e^{2x} \sin(3-5x) dx$
25	$\int (2x+4) \cdot \cos x dx$	$\int \ln x \cdot x^2 dx$	$\int e^{-5x} \cos(3+10x) dx$
26	$\int \sin 2x(3-6x) dx$	$\int (8-3x) \ln x dx$	$\int e^{3x} \sin(3+2x) dx$
27	$\int x \sin(-7x) dx$	$\int \operatorname{arctg}(-3x) dx$	$\int e^{-6x} \cos(1-8x) dx$
28	$\int (x+3) e^{4x} dx$	$\int (x^2+1) \arccos x dx$	$\int e^{-4x} \sin(-2x) dx$
29	$\int 2x e^{-3x} dx$	$\int (1-x^2) \arcsin x dx$	$\int e^{3x} \cos(-6x) dx$
30	$\int (5-3x) \sin x dx$	$\int \ln^2 x \cdot (x+3) dx$	$\int e^{2x} \sin(-7x) dx$