Задание:

- Повторить теорию;
- Разобрать примеры решения;
- Решить примеры для самостоятельного решения;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Практическое занятие по теме:
Расстояние между точками. Скалярное произведение векторов

Цель: Закрепление теоретических знаний при решении задач на нахождение расстояния между точками.

Самостоятельная работа.

Вариант – 1

1. Постройте вектор АВ по координатам его точек: А (- 2; 4; 1) и В (0, 3, -3).
2. Вычислите расстояние между точками А (- 1; 3; 1) и В (2, 0, -2).
3. Вычислите координаты середины отрезка АВ, если А (- 3; 4; 1) и В (1, 0, -3).
4. Найдите координаты вектора АВ по координатам его точек: А (- 2; 4; 1) и
    a. В (0, 3, -3).
5. Найдите координаты вектора – 3а, если а (2; -1; 3) и 1 в, если в (-2, 4, -1).
6. Вычислите угол между векторами АВ и CD , если А(3; -2; 4), В(4; -1; 2), С(6; -3; 2) , D(7; -3; 1)
7. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.

Вариант – 2

1. Постройте вектор СД по координатам его точек: С (3; -2; 4) и Д (1, 0, -4).
2. Вычислите расстояние между точками С (-3; 2; 1) и Д (-1, 5, 0).
3. Вычислите координаты середины отрезка СД, если С (1; -1; 2) и Д (1, -1, 0).
4. Найдите координаты вектора СД по координатам его точек: С (3; -2; 4) и Д (1, 0, -4).
5. Найдите координаты вектора 2с, если с (2; -1; 3) и 1d , если d (3, 0, -6).
6. Определите угол А треугольника, вершинами которого являются точки А(1; -1; 3), В(3; -1; 1), С(-1; 1; 3)
7. 2) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.

Теоретический материал:

Вычисление координат середины отрезка

$A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$ и $C(x; y; z)$ - середина отрезка AB

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Чтобы **найти координаты вектора** $\overline{AB}$, заданного координатами начала и конца $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, надо от координат конца отнять соответствующие координаты начала:

$\overline{AB}(x_2-x_1; y_2-y_1; z_2-z_1)$

Длина (модуль) вектора:

Длиной (модулем) вектора $\overline{AB}$ называется неотрицательное число, равное расстоянию между его началом и концом, то есть длина вектора - это длина отрезка AB. Длина $\overline{AB}$ обозначается $|\overline{AB}|$
Длина нулевого вектора $\overline{0}$ равна нулю. Длина единичного вектора $\bar{e}$ равна единице.

Определение

Длина вектора, заданного координатами, равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

Вычисление длины вектора по его координатам

$\vec{a}\{x;y;z\}$ $\quad \left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Расстояние между двумя точками

$M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ $\quad |M_1M_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

Скалярное произведение векторов: $\vec{a}\cdot\vec{в} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{в}\right|\cdot\cos\alpha$, где $|\vec{\boldsymbol{a}}|$и $|\vec{в}|$ длины векторов, α– угол между векторами*аи в.*

Вычисление длины вектора по его координатам

$\vec{a}\{x;y;z\}$ $\quad \left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Угол между векторами:
Пусть заданы два произвольных ненулевых вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Приведем их к общему началу, для этого отложим от некоторой точки O векторы $\overline{OA}$ и $\overline{OB}$, равные соответственно заданным векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$ (рис. 1).

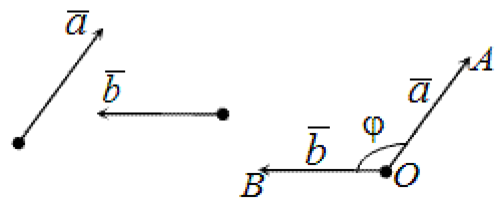

Рис. 1

Определение

Углом между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется угол $\phi = \angle AOB = (\hat{\bar{a},\bar{b}})$.
Угол между сонаправленными векторами равен 0°, а между противоположно направленными векторами равен 180°.

Определение

Два вектора называются перпендикулярными или ортогональными, если угол между ними равен 90°.

Угол между двумя векторами $\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2;y_2;z_2\}$ заданными своими координатами, вычисляется по формуле (косинус угла между двумя векторами выражен из формулы скалярного произведения двух векторов):

$$\cos(\hat{\bar{a},\bar{b}}) = \frac{(\hat{\bar{a};\bar{b}})}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$$

Скалярное произведение векторов в координатах: $\vec{a}\cdot\vec{в} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$

Угол между векторамичерез координаты векторов $\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2;y_2;z_2\}$

$$\cos\alpha = \frac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

Угол между прямыми , где $\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2;y_2;z_2\}$ - направляющие векторы прямых

$$\cos\alpha = \frac{|\ x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2\ |}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$