Задание

1. Выполнить задания для самостоятельной работы, ответить на контрольные вопросы.

4. Фотоотчет присылать на электронную почту в трехдневный срок

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическая работа №4

«Представление булевой функции в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ»

Цель работы: Научиться минимизировать логические функции разными методами

Образовательные результаты:

Студент должен

уметь:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

знать:

- основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;
- формулы алгебры высказываний;
- методы минимизации алгебраических преобразований.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Рассмотрим булевы функции, в виде суперпозиции элементарных функций. И ИЛИ, НЕ. Используя законы алгебры логики можно заменить громоздкие булевы функции им равносильными, но более простыми. Такой процесс называется **минимизаций** булевых функций. Его проводят для упрощения сложных логических выражений в программах, а также для того, чтобы построенные на их основе функциональные схемы не содержали лишних элементов.

Минимизировать булевы функции надо приводя их к так называемой нормальной форме. Существуют 2 разновидности нормальных форм: 1 –дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), и 2 – конъюнктивная нормальная функция (КНФ).

Элементарной конъюнкцией называется конъюнкция, составленная из переменных или их отрицаний, в которой каждая переменная встречается не более одного раза.

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется формула, имеющая вид дизъюнкции элементарных конъюнкций(в вырожденном случае это может быть одна конъюнкция).

Элементарной дизъюнкцией называется дизъюнкция, составленная из переменных или их отрицаний, в которой каждая переменная встречается не более одного раза.

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) называется формула, имеющая вид конъюнкции элементарных дизъюнкций (в вырожденном случае это может быть одна дизъюнкция).

Для каждой формулы логики высказываний функции *F* имеется равносильная ей дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) и конъюнктивная нормальная форма (КНФ).

Алгоритм приведения формул логики высказываний к ДНФ (КНФ)

1.Избавиться от всех логических операций, содержащихся в формуле, заменив их основными: конъюнкцией, дизъюнкцией и отрицанием. Это можно сделать, используя равносильные формулы.

2. Заменить знак отрицания, относящийся к выражениям вида знаками отрицания, относящимся к отдельным переменным высказывания на основании законов Де Моргана.

3. Избавиться от знаков двойного отрицания.

4.Применить если нужно к операциям конъюнкции и дизъюнкции свойства дистрибутивности и формулы поглощения.

Совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ) называется такая диз ъюнктивная нормальная форма, у которой в каждую конъюнкцию входятвсе переменные данного списка (либо сами, либо их отрицания), причем в одном и том же порядке.

Свойства СДНФ:

1. ДНФ не содержит двух одинаковых конъюнкций (Из формулы удалены одинаковые элементарные конъюнкции, кроме одной, согласно правилу идемпотентности.

2. Ни одна конъюнкция не содержит одновременно двух одинаковых переменных.

3. Ни одна конъюнкция не содержит одновременно некоторую переменную и ее отрицание (Из формулы удалены элементарные конъюнкции, включающие одновременно переменную и ее отрицание, согласно закону инверсии).

4. Каждая конъюнкция СДНФ содержит либо переменную, либо ее отрицание для всех переменных, входящих в формулу (т.е. каждая элементарная конъюнкция включает все логические переменные, входящие в эту формулу).

Если в логической функции не выполняется последнее требование, то в неполную элементарную конъюнкцию необходимо ввести дополнительный множитель, включающий дизъюнкцию отсутствующей переменной и ее отрицание. Это всегда можно сделать, согласно закону инверсии.

Переход от ДНФ к СДНФ: если в какой-то простой конъюнкции недостает переменной, например, *z*, вставляем в нее выражение $z \vee \bar{z} = 1$,после чего раскрываем скобки (при этом повторяющиеся дизъюнктные слагаемые не пишем).

Совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ) называется такая КНФ, у которой в каждую простую дизъюнкцию входят все переменные данного списка (либо сами, либо их отрицания), причем в одинаковом порядке.

Свойства СКНФ:

1. КНФ не содержит двух одинаковых дизъюнкций.

2. Ни одна из дизъюнкций не содержит одновременно двух одинаковых переменных.

3. Ни одна из дизъюнкций не содержит одновременно некоторую переменную и ее отрицание.

4. Каждая дизъюнкция СКНФ содержит либо переменную, либо ее отрицание для всех переменных, входящих в формулу.

Если логическая функция имеет вид КНФ, то привести ее к виду совершенной КНФ (сокращенно СКНФ) можно, дополнив каждую элементарную дизъюнкцию логическим нулем, который в следующем шаге заменяется на конъюнкцию недостающей переменной и ее отрицание. Полученная нормальная конъюнктивная форма является совершенной.

Переход от КНФ к СКНФ: если в простой дизъюнкции не хватает какой-то переменной (например, *z*, то добавляем в нее выражение $z \cdot \bar{z} = 0$ (это не меняет самой дизъюнкции), после чего раскрываем скобки с использованием распределительного закона)

Задания для самостоятельной работы:

Таблица вариантов

№ по списку	Вариант задания	№ по списку	Вариант задания
1	**1**	**11**	**1**
2	**2**	**12**	**2**
3	**3**	**13**	**3**
4	**4**	**14**	**4**
5	**5**	**15**	**5**
6	**1**	**16**	**1**
7	**2**	**17**	**2**
8	**3**	**18**	**3**
9	**4**	**19**	**4**
10	**5**	**20**	**5**

1. Для функции из таблицы 1, соответствующей номеру своего варианта, выполнить следующее:

– составить таблицу истинности;
– записать СДНФ и СКНФ функции;
– доказать эквивалентность СДНФ и СКНФ.

Таблица 1 - Варианты задания

№ варианта	Функция
1	$f(x,y,z)=\bar{x}\,\&\,y\vee\overline{(x\vee z)}$
2	$f(x,y,z)=z\to(\bar{x}\vee\bar{y})$
3	$f(x,y,z,)=x\,\&\,y\to\overline{(x\vee\bar{y})}$
4	$f(x,y,z)=(x\,\&\,y\,\&\,\bar{z})\sim(\bar{x}\vee y)$
5	$f(x,y,z)=(\bar{x}\vee\bar{y})\sim y$

2. Для функции из таблицы 2, соответствующей номеру своего варианта, выполнить следующее:

– Составить таблицу истинности.
– Записать СДНФ и СКНФ функции.

Таблица 2 - Варианты задания

№ кортежа	Состояние входа				Функция f по вариантам				
	X1	X2	X3	X4	**1 вариант**	**2 вариант**	**3 вариант**	**4 вариант**	**5 вариант**
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	1	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1	0	0
7	0	1	1	1	0	0	1	1	1
8	1	0	0	0	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1	0	1	0	1
10	1	0	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	1	1	0	0	1	0	1
12	1	1	0	0	0	1	0	1	0
13	1	1	0	1	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1	0	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0	0	1	0

Контрольные вопросы:

1. Что называют простой конъюнкцией и простой дизъюнкцией?
2. Что такое ДНФ и КНФ?
3. В чем отличие СДНФ/СКНФ от ДНФ/КНФ?
4. Для чего нужно минимизировать логические функции?
5. Какие алгебраические преобразования наиболее часто используются при минимизации функции?
6. В чем суть метода карт Карно?