Уважаемые студенты групп!

Вашему вниманию представлена лабораторная работа на тему «ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С ИТЕРАЦИОННЫМ ЦИКЛОМ». Работа рассчитана на 6 часов

Задание

1. Реализовать в системе Паскаль приведенный пример выполнения задания, протестировать программу и исправить ошибки.
2. Лабораторные работы оформляются в тетради в клеточку!
3. Дата предоставления фотоотчет до 03.03.2023
4. С уважением Ганзенко Ирина Владимировна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721134803 (вацап), +79591134803 (телеграмм)

disobuch.ganzenko2020@mail.ru

РАБОТА 6

ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С ИТЕРАЦИОННЫМ ЦИКЛОМ

Цель работы: закрепление теоретического материала, приобретение практических навыков программирования и решения на ЭВМ задач с итерационными циклами.

1 Теоретические положения

Следует знать, что *итерационным* называют вычислительный процесс (цикл), количество повторений которого заранее неизвестно. Условием окончания вычисления является достижение заданной точности, которая характеризуется величиной погрешности ε. ε - малое положительное число.

К итерационным циклам приводит использование методов последовательных приближений. Суть таких методов составляет многократное вычисление одной и той же итерационной формулы, причем результат предыдущего вычисления является исходным для последующего вычисления.

Методы последовательных приближений используются при вычислении рядов с заданной точностью, при нахождении корней алгебраических и трансцендентных уравнений вида $f(x)=0$ и т.д.

2 Пример вычисления значения функции Бесселя $J_2(x)$

Составить блок-схему алгоритма и программу для вычисления

значения функции Бесселя $J_2(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, когда $x = 2$, воспользовавшись формулой

$$J_2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+2}}{k!(k+2)!}, \ (x \geq 0).$$

Эта задача на организацию итерационного вычислительного процесса, к которому сводится расчет с заданной точностью рядов с бесконечной верхней границей. При этом используется известное положение, что процесс вычисления суммы знакопеременных и некоторых знакопостоянных рядов может быть прекращен, как только очередной исчисленный член ряда будет по модулю меньше заданной разрешенной погрешности ε.

выходной ряд

$$J_2(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{0!\,2!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{1!\,3!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{2!\,4!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{3!\,5!} + \ldots,$$

или $J_2(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k$

перепишем в виде рекуррентного соотношения.

Для этого отметим, что пусть $U_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2$ тогда

$$U_2 = -U_1 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1 \cdot 3}; \ U_3 = -U_2 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2 \cdot 4};$$

$$U_4 = -U_3 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{3 \cdot 5}; U_5 = -U_4 \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{4 \cdot 6};$$

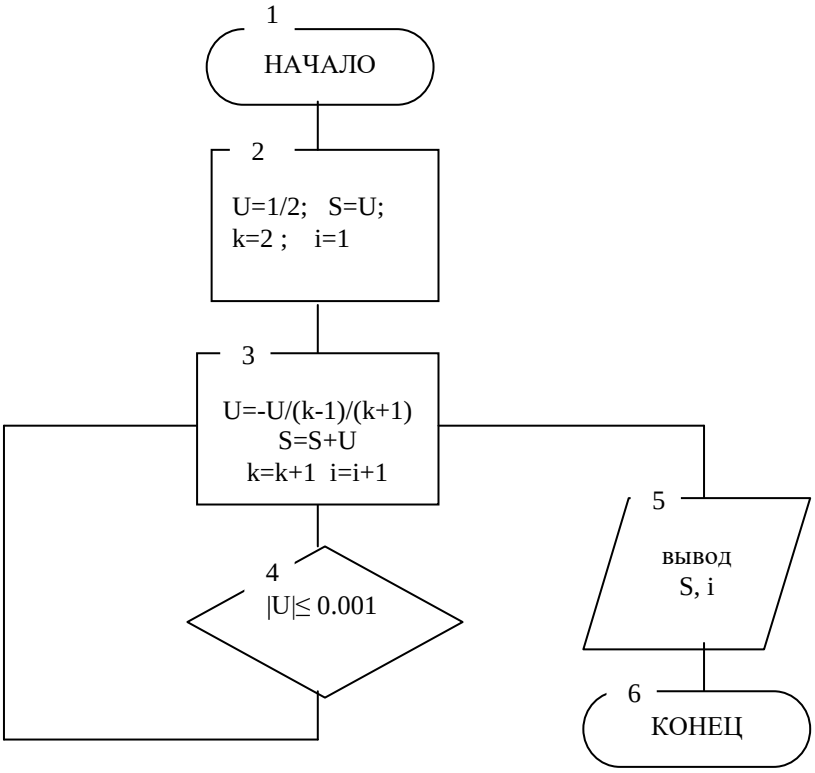
и так далее. Из этого следует, что произвольный член ряда может быть вычислен по рекуррентной формуле

$$. \ U_k = -U_{k-1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(k-1)(k+1)} \ (k = 2, 3, \ldots)$$

Так как $x = 2$, то формулы существенно упрощаются

$$U_k = \frac{-U_{k-1}}{(k-1)(k+1)} \ (k = 2, 3, \ldots), \text{ где } U_1 = \frac{1}{2}.$$

2.1 Блок - схема алгоритма



2.4Программа вычисления значения функции Бесселя $J_2(x)$.

```
program bessel;
uses crt;
var
 k,i:integer;
 U,S:real;

begin
  clrscr;
  U:=1/2;
  S:=U;
  k:=2;
  i:=1;
  repeat
     U:=-U/((k-1)*(k+1));
     S:=S+U;
     k:=k+1;
     i:=i+1;
  until ABS(U)<=0.001;
   writeln ( 'сумма ряда равна =', S);
```

```
writeln ( 'количество членов ряда равна =', i)
readln;
end.
```

2.5Реакция ЭВМ

```
сумма ряда равна = 0.353
количество членов ряда равно = 5
```

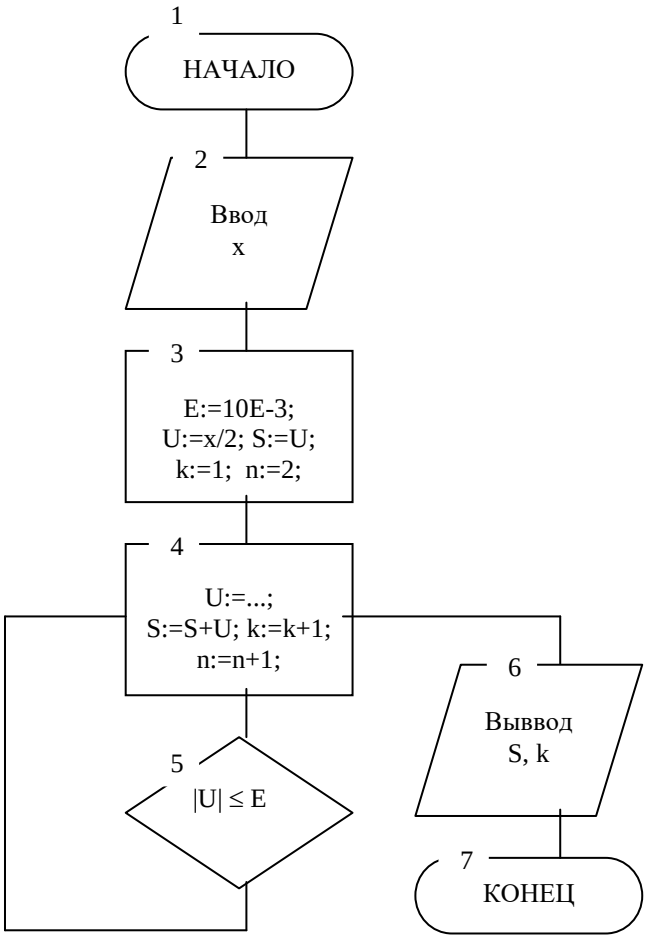
3 Пример вычисления суммы бесконечного ряда

Составить блок-схему алгоритма, программу для вычисления суммы бесконечного ряда с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$S(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2 \cdot 4} + \frac{x^5}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \ldots,$$

Или $S(x) = \sum_{0}^{\infty} U_k$.

3.1 Блок-схема алгоритма



3.2 Программа вычисления суммы бесконечного ряда

```
program suma;
uses crt;
var
  x, U, S, E: real;
  k, n: integer;

begin
   clrscr;
   write ( 'введите x =');
   readln (x);
   E = 10E-3;
   U = x / 2;
   S = U;
   k: = 1;
   n = 2;
     repeat
     U = - U * sqr (x) / (2 * n)
     S = S + U;
     k = k + 1;
     n = n + 1;
     until abs (U) <= E;
   writeln ( 'сумма ряда равна', S: 6: 3);
   writeln ( 'количество членов ряда ", k);
   readln;
end.
```

3.3 Реакция ЭВМ

```
введите x = 5
сумма ряда равна 0.201
количество членов ряда 35
```

4 Контрольные вопросы

1. Дайте определение итерационного цикла.
2. В чем суть итерационных вычислений?
3. Функция Бесселя (см. Разд. 2) может быть рассчитана с помощью вычисления членов ряда по формуле

$$U_k = (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+2}}{k!(k+2)!}$$

и по формуле

$$U_k = -U_{k-1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(k-1)(k+1)}.$$

Почему в программе использована последняя формула $(x = 2)$?

4. Для вычисления функции в ЭВМ используется представление этой функции, например в виде

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots .$$

Чем это вызвано?

5. Объясните, почему в программе вычисления значения функции Бесселя используется цикл с предусловием (раздел 2).

6. Объясните схему алгоритма для вычисления значения функции Бесселя (раздел 2).

7. Для чего в программе вычисления значения функции Бесселя используются переменные i и k.

8. Почему для вычисления значения функции Бесселя мы задали величину погрешности $\varepsilon = 10^{-3}$. Как меняется результат при изменении значения $\varepsilon = 10^{-2}$, и $\varepsilon = 10^{-4}$.

5 Задания к лабораторной работе

1. Составить схему алгоритма и программу для вычисления суммы бесконечного ряда (таблица 1) с высокой точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Принять $x = 0.8$.

2. Дополнить программу задания 1 таким образом, чтобы на печать, кроме суммы ряда, выводилась количество членов, входящих в сумму.

3. Реализовать программы заданий 1 и 2 на ЭВМ, результаты записать. В соответствии с программой задачи 2 провести вычисления при $\varepsilon \neq 10^{-3}$. Результаты записать.

4. Сделать выводы по проделанной работы. Например, почему и как меняется результат при изменении значения ε?

Таблица 1. Варианты задания 1

Вариант	**Ряд**
1	$1-\frac{4}{3^2\cdot 2\sqrt{2}}+\frac{16}{3^4\cdot 3\sqrt{3}}-\frac{64}{3^6\cdot 4\sqrt{4}}+\ldots$
2	$1-\frac{\sqrt{5\cdot 3}}{2\cdot 5}+\frac{\sqrt{9\cdot 3^2}}{4\cdot 5^2}-\frac{\sqrt{13\cdot 3^3}}{8\cdot 5^3}+\ldots$
3	$\frac{1}{2}-\frac{1\cdot 5}{2\cdot 8}+\frac{1\cdot 5\cdot 9}{2\cdot 8\cdot 14}-\frac{1\cdot 5\cdot 9\cdot 13}{2\cdot 8\cdot 14\cdot 20}+\ldots$
4	$\frac{2\sqrt{5}}{2}-\frac{3\sqrt{7}}{2^2}+\frac{4\sqrt{9}}{2^3}-\frac{5\sqrt{11}}{2^4}+\ldots$
5	$1-\frac{3\cdot 2\sqrt{2}}{5^2}+\frac{3^2\cdot 3\sqrt{3}}{5^4}-\frac{3^3\cdot 4\sqrt{4}}{5^6}+\ldots$
6	$1-\frac{3}{5^2\cdot 2\sqrt{2}}+\frac{3^2}{5^4\cdot 3\sqrt{3}}-\frac{3^3}{5^6\cdot 4\sqrt{4}}+\ldots$
7	$\frac{x^3}{1!\sqrt{2}}-\frac{x^4}{2!\sqrt{3}}+\frac{x^5}{3!\sqrt{4}}-\frac{x^6}{4!\sqrt{5}}+\ldots$
8	$\frac{x}{2}-\frac{x^3}{2^3\cdot 2!}+\frac{x^5}{2^5\cdot 2!3!}-\frac{x^7}{2^7\cdot 3!4!}+\ldots$
9	$\frac{\pi\cdot x^3}{1!\cdot 3}-\frac{\pi^3\cdot x^7}{3!\cdot 7}+\frac{\pi^5\cdot x^{11}}{5!\cdot 11}-\frac{\pi^7\cdot x^{15}}{7!\cdot 15}+\ldots$
10	$x-\frac{\pi^2\cdot x^5}{2!\cdot 5}+\frac{\pi^4\cdot x^9}{4!\cdot 9}-\frac{\pi^6\cdot x^{13}}{6!\cdot 13}+\ldots$
11	$1-\frac{x\sqrt{x}}{3!}+\frac{x^2\sqrt{x^3}}{5!}-\frac{x^3\sqrt{x^5}}{7!}+\ldots$
12	$x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots$
13	$\frac{1\cdot 2}{3\cdot 4}-\frac{2\cdot 3}{5\cdot 6}+\frac{3\cdot 4}{7\cdot 8}-\frac{4\cdot 5}{9\cdot 10}+\ldots$
14	$\frac{x^2}{2^2}-\frac{x^4}{2^4\cdot 2!}+\frac{x^6}{2^6\cdot 3!}-\frac{x^8}{2^8\cdot 4!}+\ldots$
15	$\frac{\sqrt{1\cdot 3^2}}{1\cdot 5}+\frac{\sqrt{4\cdot 3^4}}{4\cdot 5^2}-\frac{\sqrt{7\cdot 3^6}}{7\cdot 5^3}+\ldots$
16	$\frac{3}{3^3\cdot 2\sqrt{2}}+\frac{9}{3^4\cdot 3\sqrt{3}}-\frac{27}{3^5\cdot 4\sqrt{4}}+\ldots$

17	$\frac{1}{3}-\frac{1\cdot 4}{3\cdot 6}+\frac{1\cdot 4\cdot 7}{3\cdot 6\cdot 9}-\frac{1\cdot 4\cdot 7\cdot 10}{3\cdot 6\cdot 9\cdot 12}+\ldots$
18	$\frac{\pi\cdot x^2}{1!\cdot 2}-\frac{\pi^3\cdot x^5}{2!\cdot 5}+\frac{\pi^5\cdot x^8}{3!\cdot 8}-\frac{\pi^7\cdot x^{11}}{4!\cdot 11}+\ldots$
19	$\frac{x^2}{2^2}-\frac{x^4}{2^4\cdot 2!}+\frac{x^6}{2^6\cdot 3!}-\frac{x^8}{2^8\cdot 4!}+\ldots$
20	$1-\frac{x^2\sqrt{x}}{2}+\frac{x^3\sqrt{x^2}}{2^2}-\frac{x^4\sqrt{x^3}}{2^3}+\ldots$
21	$\frac{2}{2!\cdot 4!}-\frac{2^2}{3!\cdot 5!}+\frac{2^3}{4!\cdot 6!}-\frac{2^4}{5!\cdot 7!}+\ldots$
22	$\pi-\frac{\pi^2}{2!}+\frac{\pi^3}{3!}-\frac{\pi^4}{4!}+\ldots$
23	$\frac{x\cdot\sqrt{x^2}}{\sqrt{3}}-\frac{x^2\cdot\sqrt{x^5}}{\sqrt{3^3}}+\frac{3^3\cdot\sqrt{x^8}}{\sqrt{3^5}}-\frac{3^4\cdot\sqrt{x^{11}}}{\sqrt{3^7}}+\ldots$
24	$\frac{x^3}{1\cdot 3}-\frac{\pi^2\cdot x^5}{3!\cdot 5}+\frac{\pi^4\cdot x^7}{5!\cdot 7}-\frac{\pi^6\cdot x^9}{7!\cdot 9}+\ldots$
25	$1-\frac{3^2}{2^2\cdot 3\sqrt{4}}+\frac{3^4}{2^4\cdot 6\sqrt{8}}-\frac{3^6}{2^6\cdot 9\sqrt{12}}+\ldots$
26	$x-\frac{\pi^2\cdot x^5}{2!\cdot 5}+\frac{\pi^4\cdot x^9}{4!\cdot 9}-\frac{\pi^6\cdot x^{13}}{6!\cdot 13}+\ldots$
27	$1-\frac{\sqrt{1\cdot 2}}{\sqrt{2\cdot 3}}+\frac{\sqrt{3\cdot 4}}{\sqrt{4\cdot 5}}-\frac{\sqrt{4\cdot 5}}{\sqrt{6\cdot 7}}+\ldots$
28	$1-\frac{\sqrt{2\cdot 3^2}}{3\cdot 4}+\frac{\sqrt{4\cdot 3^4}}{6\cdot 4^2}-\frac{\sqrt{6\cdot 3^6}}{9\cdot 4^3}+\ldots$
29	$1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$
30	$\frac{x}{1!\cdot 2}-\frac{x^2}{3!\cdot 2^2}+\frac{x^3}{5!\cdot 2^3}-\frac{x^4}{7!\cdot 2^4}+\ldots$