Ув. студенты! Ознакомиться с лекционным материалом и ответить на контрольные вопросы письменно. Ответы на контрольные вопросы предоставить до **03.03** на электронный адрес преподавателя vika-lnr@mail.ru

Если возникнут вопросы обращаться по телефону 072-106-54-33

ЛЕКЦИЯ

Тема : Классификация видов изгиба

План

1 Классификация видов изгиба

2 Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

3 Проверка правильности построения эпюр Q и M

Список использованных источников:

1 Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. - М: Высшая школа, 1989

2 Ицкович Г.М. Сопротивление материалов. - М: Высшая школа, 1986

3 Эрдеди А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования/ А.А. Эрдеди, Н.А.Эрдеди - 9-е изд., стер.- М.- : Издательский центр «Академия», 2008.-320с.

1 Классификация видов изгиба

Изгибом(**чистым изгибом**) называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает внутренний силовой фактор —**изгибающий момент**. Если кроме изгибающего момента возникает поперечная сила, то имеет место **поперечный изгиб.**

Брус, работающий на изгиб, называют **балкой.**

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называют **силовой плоскостью**.

Если все силы лежат в одной плоскости, изгиб называют **плоским**.

Если фигура имеет ось симметрии, то эта ось является одной из главных осей (другая ей перпендикулярна).

Главные оси, проходящие через центр тяжести поперечного сечения стержня, называются **главными центральными осями**.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется **главной плоскостью бруса.**

Если **силовая плоскость** совпадает с **главной** плоскостью бруса, изгиб называют **прямым**.

Если силовая плоскость не проходит через главную плоскость бруса, изгиб называют **косым изгибом**.

В дальнейшем почти всегда мы будем рассматривать такие брусья, у которых имеется по крайней мере одна плоскость симметрии и плоскость действия нагрузок совпадает с ней. В этом случае деформация изгиба происходит в плоскости действия внешних сил и изгиб называется **прямым**.

1.Балку, свободно лежащую на двух опорах, в верхней и нижней частях которой предварительно сделаны пазы и в них помещены точно пригнанные по размеру пазов бруски, подвергнем деформации изгиба. В результате этого бруски, расположенные на выпуклой стороне, выпадут из пазов, а бруски, расположенные на вогнутой стороне, будут зажаты.

2.На боковую поверхность призматического резинового (для большей наглядности) бруса прямоугольного сечения нанесем сетку продольных и поперечных прямых линий и подвергнем этот брус деформации чистого изгиба. В результате можно видеть следующее:

а) поперечные прямые линии останутся при деформации прямыми, но повернутся навстречу друг к другу;

б) продольные прямые линии, а также ось бруса искривятся;

в) сечения бруса расширятся в поперечном направлении на вогнутой стороне и сузятся на выпуклой стороне.

2 Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Эпюры внутренних силовых факторов

Для определения положения наиболее нагруженного сечения стержня при изгибе, как и при других видах нагружения, необходимо иметь эпюры внутренних силовых факторов. Рассмотрим балку на двух опорах (см. рисунок 17.2,*а*), нагруженную сосредоточенной внешней силой (активной) *F*. Собственный вес балки учитывать не будем.

Согласно порядку построения эпюры прежде всего необходимо определить все внешние нагрузки, действующие на стержень.

В сечении *A* расположена шарнирно-неподвижная опора, создающая в общем случае нагружения две реактивных составляющих R_A и H_A, а в сечении *B* имеем шарнирно-подвижную опору, которая создает одну реактивную составляющую R_B. Отмеченные опорные реакции определим из уравнений равновесия балки:

$$\Sigma X = H_A = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma mA = -F \times a + RB\,(a + b) = 0; \quad (2)$$

$\Sigma Y = RA - F + RB = 0.$ (3)

Решая данные уравнения совместно, получаем

$HA=0;\quad R_B=\frac{F\,a}{a+b};\quad R_A=\frac{F\,b}{a+b}$

Для проверки правильности определения реакций необходимо записать еще одно уравнение равновесия, например

$\Sigma\, mв = -\,R\,A\,(a + b\,) + F \times b = 0$, и, подставив в него найденные значения реакций, убедиться в его выполнении.

Следующим этапом построения эпюры является выделение силовых участков .

Для исследуемого стержня имеем два силовых участка: *AC, CB*.

Далее, используя метод сечений на каждом участке записываем аналитические выражения для внутренних силовых факторов.

На участке AC ($0 \le x1 \le a$) рассмотрим равновесие мысленно отсеченной части стержня длиной $x1$. Эта часть стержня нагружена внешней сосредоточенной силой *RA,* которую должна уравновесить внутренняя поперечная сила $Qy(x)$. Если на рассматриваемую часть стержня действует несколько внешних сил, то внутренняя сила $Qy(x1\ )$ будет равна сумме их проекций на ось *y*.

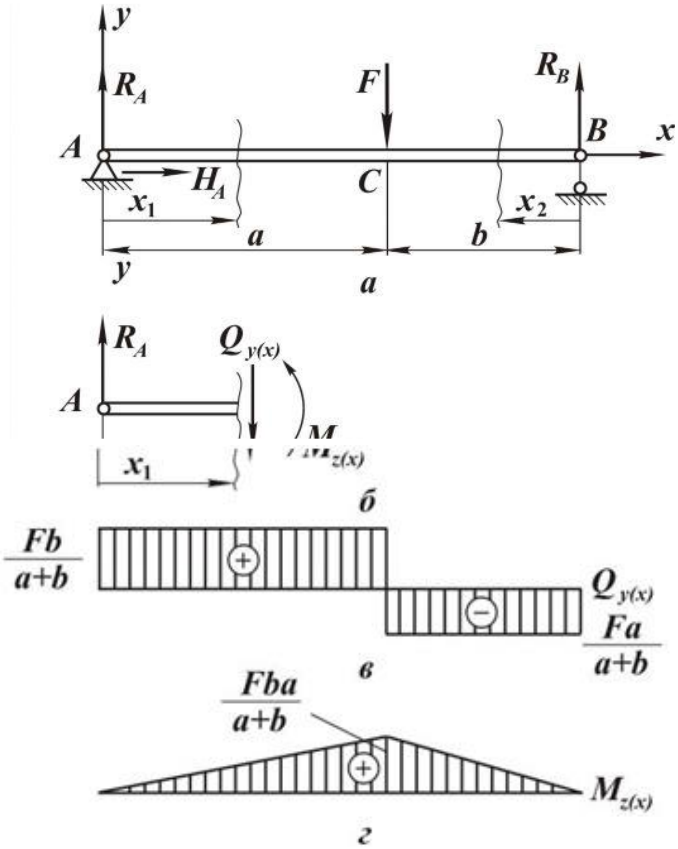

Рисунок 17.2 – Расчетная схема балки

Следовательно, $Qy(x1) = R_A = \frac{F\,b}{a+b}$ (4)

Примем следующее *правило знаков* для внутренней поперечной силы.

Если внешняя сила направлена таким образом, что стремится повернуть рассматриваемую часть стержня относительно сечения по часовой стрелке, то она создает положительную внутреннюю силу Qy(x) (рисунок 17.3).

Согласно правилу знаков внешняя сила *RA* в сечении *x*1 создаетположительную внутреннюю силу (см. рисунок 17.3,*б*).

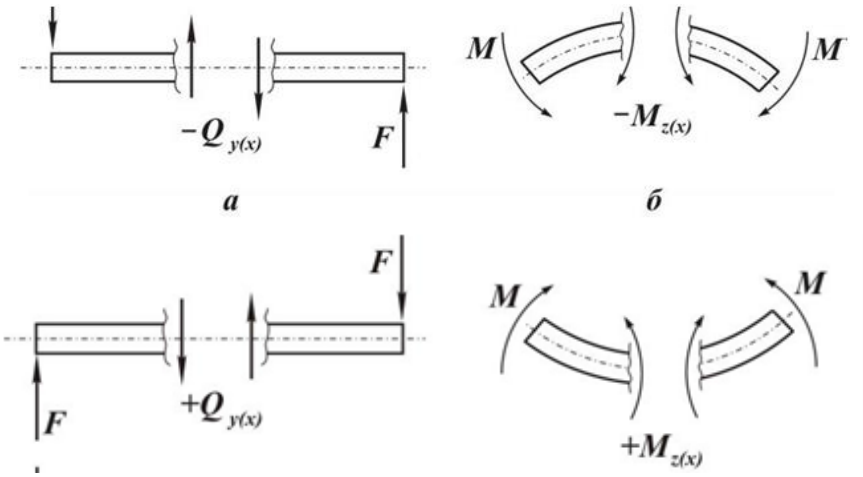

Рисунок 17.3 - Правило знаков для внутренней поперечной силы

Однако рассматриваемая часть стержня длиной *x*1 под действием *RA* и *Qy*(*x*1) в равновесии не находится, так как эти силы создают момент, равный

$M\,z\,(\,x\,) = RA \times x1\,.$ (5)

Следовательно, в сечении *x*1 должен возникать внутренний момент *Mz*(*x*) , уравновешивающий момент от силы *RA*.

Таким образом, если на рассматриваемую часть действует несколько внешних нагрузок, то изгибающий момент *Mz*(*x*) в сечении стержня равен сумме моментов от внешних нагрузок, взятых относительно центра тяжести рассматриваемого сечения, то есть момент в сечении *x*1 будет равен *Mz*(*x1*) = $R_A \times x1 = \frac{F\,b}{a+b} \times x1$ (6)

Рассмотрим *правило знаков* для внутреннего момента. *Если внешние нагрузки деформируют рассматриваемую часть стержня, мысленно закрепленную в сечении, выпуклостью вниз, то они создают положительный момент Mz*(*x*) (см. рисунок 17.4).

В соответствии с данным правилом внешняя сила *RA* в сечении *x*1 создает положительный внутренний момент (см. рисунок 17.3,*б*), который линейно зависит от *x*1. Поэтому, чтобы построить эпюру моментов *на участке AC*, необходимо знать значение момента в начале участка и в конце: *Mz*(*x1=0*) = 0

$$Mz(x1=a) = = \frac{F\,b}{a+b} \times a \qquad (7)$$

Для *участка СВ* удобнее начало координат перенести в сечение *В* и рассмотреть равновесие мысленно отсеченной части стержня длиной *x*2 (см. рис. 17.3,*а*). Тогда для *ВС* ($0 \le x2 \le b$)

$$Qy(x2) = - R_B = - \frac{Fa}{a+b} \qquad (8)$$

$$Mz(x2) = R_B\ x2 = \frac{Fa}{a+b}\ x2 \qquad (9)$$

Согласно выражениям внутренняя поперечная силна *участке ВС* - постоянная и отрицательная, а момент - положительный и изменяется по линейному закону.

В начале участка

$$Mz(x2=0) = 0 \qquad (10)$$

в конце – $Mz(x2=b) = \frac{Fa}{a+b}\ b$ (11)

По полученным выражениям для внутренних силовых факторов строим эпюру*Qy*(*x*) и *Mz*(*x*) (см. рисунок 17.3,*г*).

На эпюре *Qy*(*x*) в сечении, где приложена сосредоточенная внешняя сила, будет скачок на величину этой силы, а на эпюре *Mz*(*x*) - излом. Скачок на эпюре *Mz*(*x*) будет иметь место в том сечении, в котором приложен сосредоточенный внешний момент, причем величина

скачка равна соответствующему моменту.

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой *q* (см. рисунок 17.4).

Опорные реакции для данного примера могут быть определены и без записи условий равновесия, так как система симметрична, значит каждая опора берет на себя половину активной нагрузки:

$$R_A = R_B = \frac{ql}{2} \qquad (12)$$

Балка имеет один силовой участок *АВ* ($0 \le x \le l$). Начало координат расположим в опоре *А*.

Мысленно сделаем сечение на расстоянии *x* от опоры *А* и рассмотрим равновесие этой части стержня. При этом получим

$$(Qy\ (x) = R_A - qx = = \frac{ql}{2} - qx \qquad (13)$$

$$Mz(x)=R_A x - qx\frac{x}{2} = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} \qquad (14)$$

Уравнение является уравнением прямой линии, для построения которой достаточно два значения:

$$Qy\ (x=0) = \frac{ql}{2}; \qquad Qy\ (x=1) = -\frac{ql}{2} \qquad (15)$$

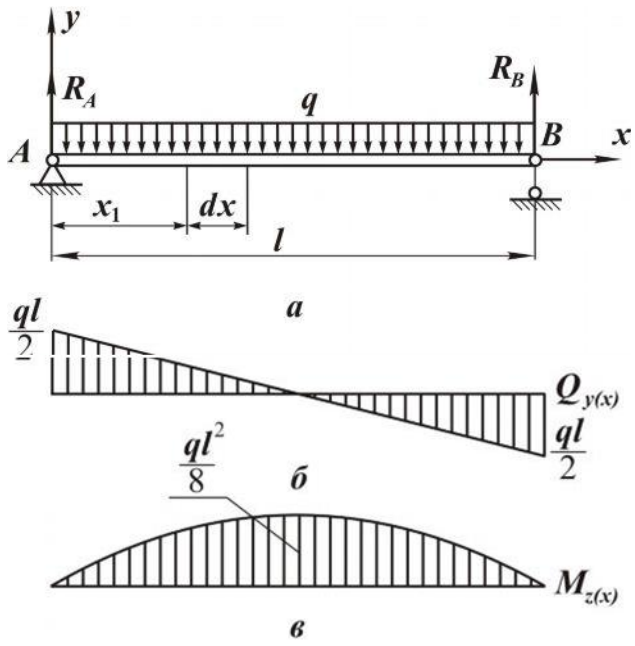

Рисунок 17.4 – Эпюрв поперечных сил и изгибающих моментов

Эпюра поперечных сил представлена на рис. 17.4,*б*. Уравнение соответствует параболе.

Для ее построения необходимо знать положение экстремума и его значение. Положение экстремума функции *Mz*(*x*) определим, приравняв ее первую производную к нулю:

Тогда из этого уравнения можно найти значение координаты ,

x = l/2 при котором изгибающий момент принимает экстремальное значение: $Mz(x=x0)= \frac{ql^2}{8}$ (16)

Кроме того, найдем значение момента в начале и в конце участка:

Mz(x=0)= 0 (17)

Mz(x=1)= 0 (18)

Эпюра изгибающих моментов представлена на рисунке 17.4,*в*.

3 Проверка правильности построения эпюр Q и M

Для облегчения построения эпюр Q и M и контроля их правильности используют указанные ниже закономерности:

1 В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре Q возникает скачок на величину этой силы . Эпюра M у этому месте имеет излом .

2 В сечении, где действует сосредоточенный момент m , на эпюре есть скачок на величину m.

3 На участках, где отсутствуюкт распределенная нагрузка q, поперечная сила постоянна, а эпюра М ограничена прямыми линиями .

4 На участках, где действует равномерно распределенная нагрузка, Q изменяется по линейному закону, эпюра М ограничена параболой, выпуклость которой направлена навстречу нагрузке q .

5 При положительной эпюре Q момент М возрастает (слева направо), при отрицательной - уменьшается .

6 В сечении где Q в пределах участка изменяет знак из плюса на минус, на эпюре изгибающих моментов - максимум , если знак изменяется из минуса на плюс - минимум .

Контрольные вопросы:

1 Какие правила знаков для слагаемых, которые входят в выражения поперечной силы и изгибающего момента?
2 Что такое эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?
3 Какие основные особенности эпюр Q и М?
4 Правило знаков для внутренней поперечной силы