

Уважаемые студенты!

- Вам необходимо разобрать теоретический материал;
- Для закрепления изученного материала вы должны решить в конце лекции;
- Фотоотчет конспекта лекции предоставить на электронную почту [hvastov@rambler.ru](mailto:hvastov@rambler.ru), при возникновении вопросов обращаться по телефону 0721098278 (WatsApp).

Лекция

**Тема: Вершины, ребра, грани многогранник. Теорема Эйлера**

**Цель: Систематизировать знания о многогранниках. Ввести понятия рёбра, вершины, грани. Найти соотношение между числом граней и числом вершин**

Теоретическая часть:

*Многогранник (многогранная поверхность)* – это поверхность, составленная из многоугольников, ограничивающая некоторое геометрическое тело. Примером многогранника является куб, параллелепипед, призма и т.д.

*Грани многогранника* – это многоугольники, из которых составлен многогранник. Например, гранями параллелепипеда являются параллелограммы.

Стороны граней называются *ребрами*, а концы ребер – *вершинами* многогранника.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется *диагональю* многогранника.

Плоскость, по обе стороны от которой имеются точки многогранника, называется *секущей плоскостью*, а общая часть многогранника и секущей плоскости – *сечением* многогранника.

Многогранники бывают *выпуклые* и *невыпуклые*.

Многогранник называется *выпуклым*, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани. Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками.

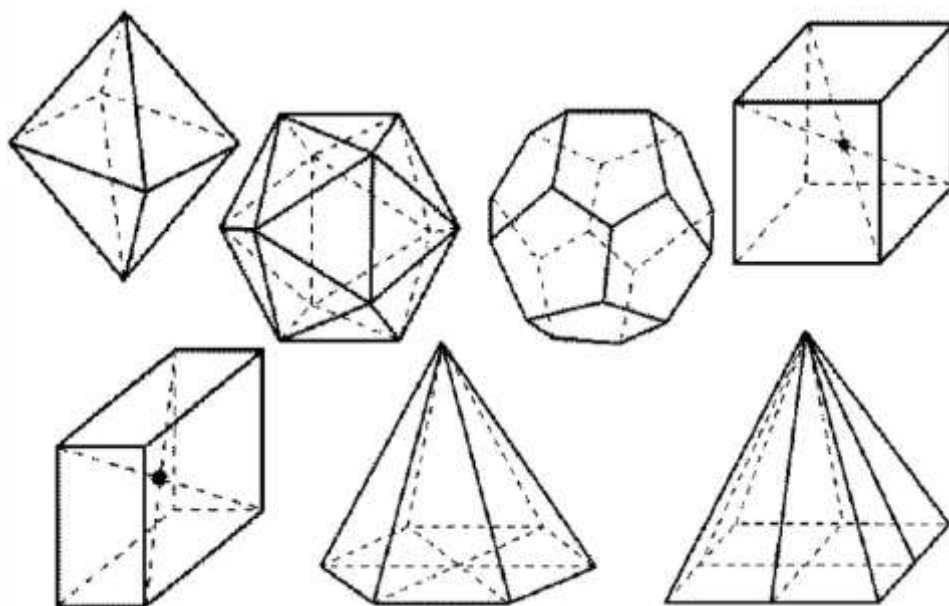
*В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его меньше  $360^{\circ}$ .*

*Теорема Эйлера: в любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на 2.*

$f + e - k = 2$ , где  $f$  – число граней,  $e$  – число вершин,  $k$  – число ребер.

Леонардо Эйлер (1707 – 1783) – швейцарец по происхождению, выдающийся математик. Большую часть жизни работал в России.

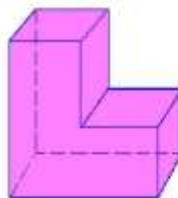
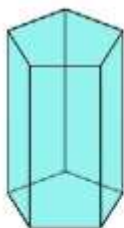
## МНОГОГРАННИКИ

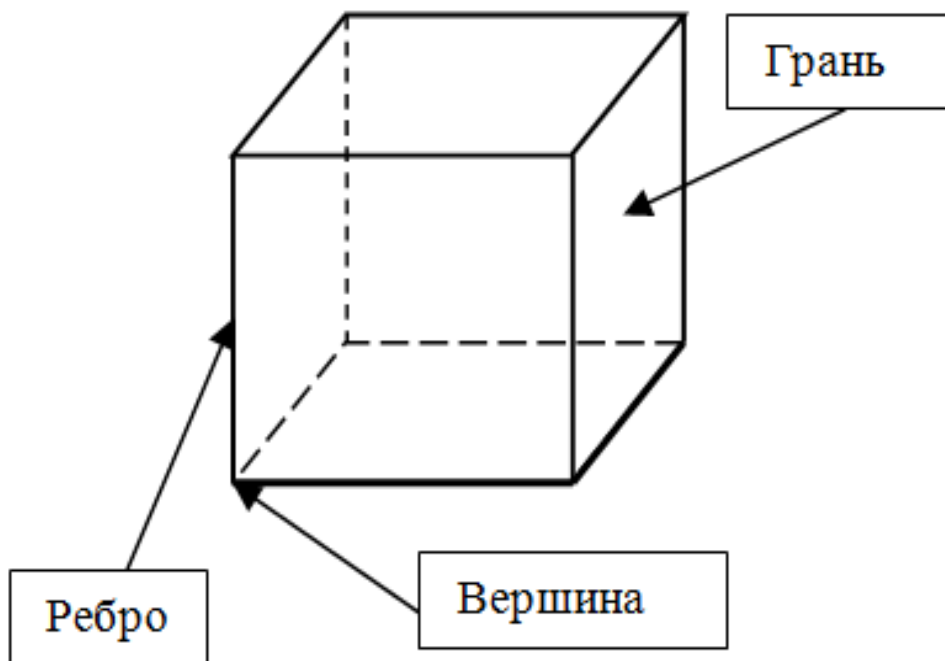


## Виды многогранников

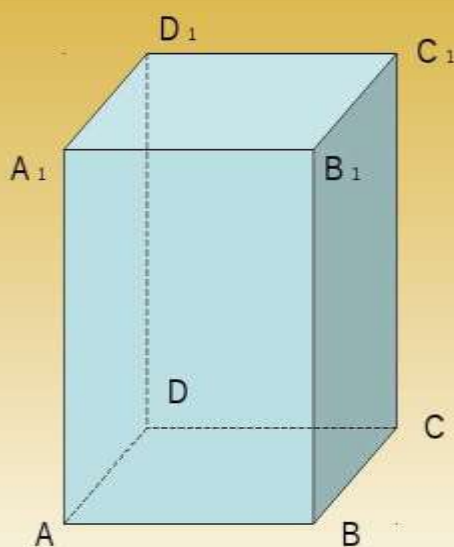
**Выпуклые**

**Невыпуклые**





## Элементы многогранника



### Грани:

ABCD, AA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>B, AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D,  
CC<sub>1</sub>B<sub>1</sub>B, CC<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>

### Ребра:

AB, BC, CD, DA, AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>,  
CC<sub>1</sub>, DD<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>A<sub>1</sub>

### Вершины:

A, B, C, D, A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>

Практическая часть:

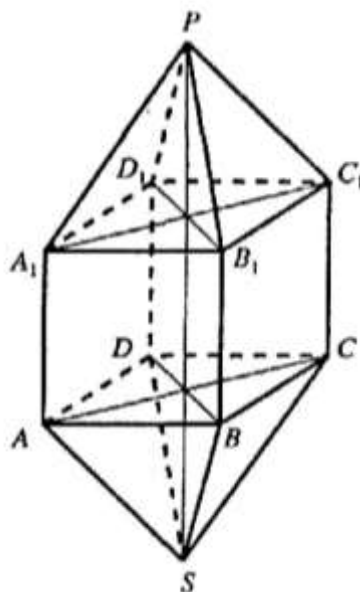
## Задача:

Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображённого на рисунке. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника.

$$f = 12 \quad e = 10 \quad k = 20$$

$$f + e - k = 12 + 10 - 20 = 2$$

**Вывод:** Формула Эйлера верна для любого выпуклого многогранника.



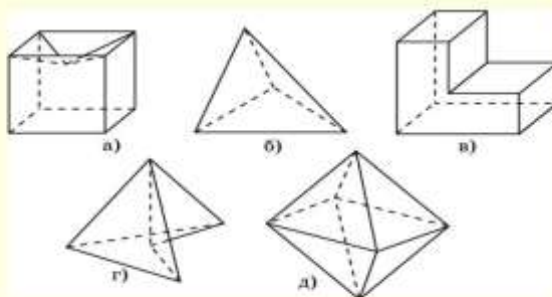
### Домашнее задание

№ 1

Составить конспект

№ 2

На рисунке укажите выпуклые и невыпуклые многогранники



№ 3

Решить задачу: Начертите произвольный прямоугольный параллелепипед, укажите все его вершины, ребра и грани. Проверьте выполнимость формулы Эйлера.

*Эталоны ответов:*

№ 2

Выпуклые многогранники: а, б, д

Невыпуклые многогранники: в, г

№3

8 вершин, 12 ребер, 6 граней

Формула Эйлера:  $6 + 8 - 12 = 2$