

Уважаемые студенты!

- Вам необходимо разобрать теоретический материал;
- Для закрепления изученного материала вы должны решить в конце лекции;
- Фотоотчет конспекта лекции предоставить на электронную почту hvastov@rambler.ru, при возникновении вопросов обращаться по телефону 0721098278 (WatsApp).

Лекция

Тема: Вершины, ребра, грани многогранник. Теорема Эйлера

Цель: Систематизировать знания о многогранниках. Ввести понятия рёбра, вершины, грани. Найти соотношение между числом граней и числом вершин

Теоретическая часть:

Многогранник (многогранная поверхность) – это поверхность, составленная из многоугольников, ограничивающая некоторое геометрическое тело. Примером многогранника является куб, параллелепипед, призма и т.д.

Грани многогранника – это многоугольники, из которых составлен многогранник. Например, гранями параллелепипеда являются параллелограммы.

Стороны граней называются *ребрами*, а концы ребер – *вершинами* многогранника.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется *диагональю* многогранника.

Плоскость, по обе стороны от которой имеются точки многогранника, называется *секущей плоскостью*, а общая часть многогранника и секущей плоскости – *сечением* многогранника.

Многогранники бывают *выпуклые* и *невыпуклые*.

Многогранник называется *выпуклым*, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани. Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками.

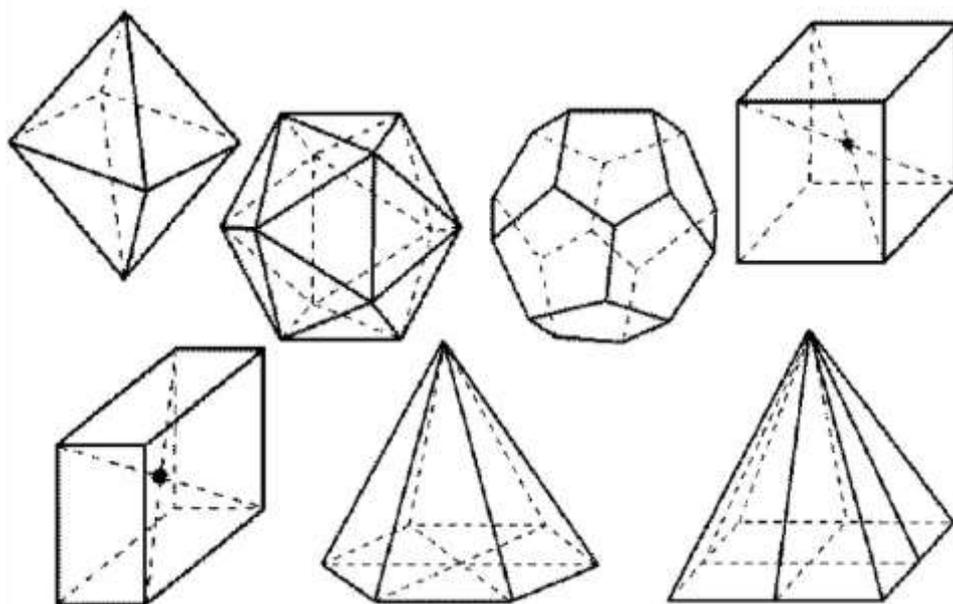
В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его меньше 360° .

Теорема Эйлера: в любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на 2.

$f + e - k = 2$, где f – число граней, e – число вершин, k – число ребер.

Леонардо Эйлер (1707 – 1783) – швейцарец по происхождению, выдающийся математик. Большую часть жизни работал в России.

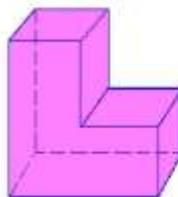
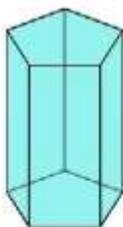
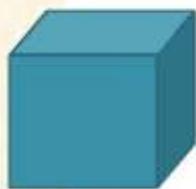
МНОГОГРАННИКИ

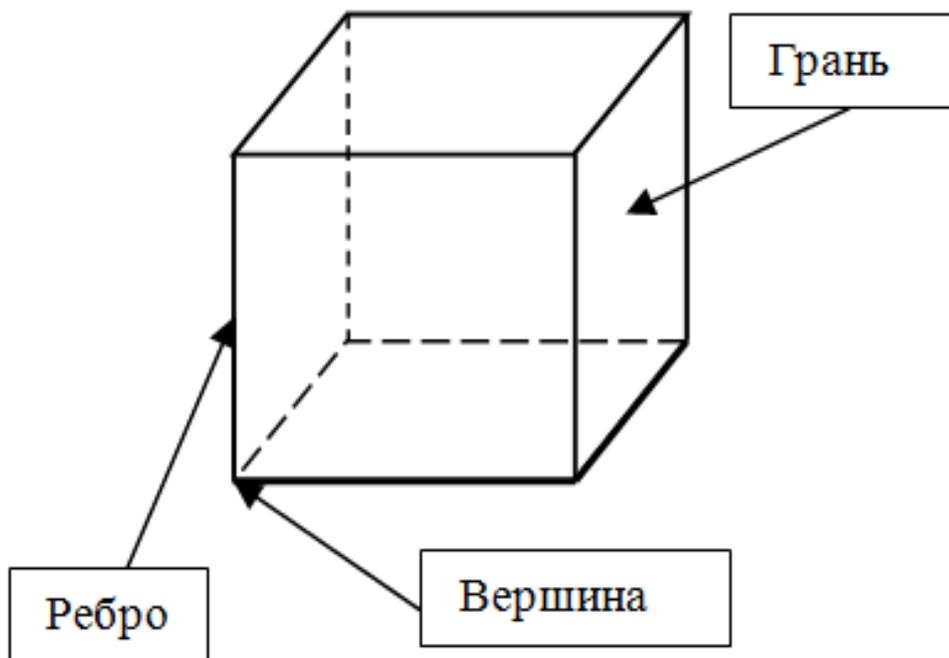


Виды многогранников

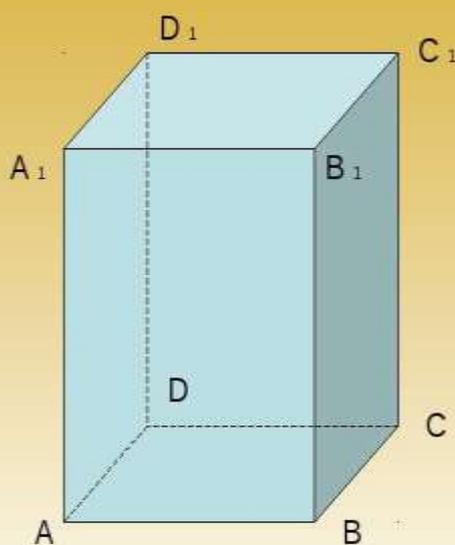
Выпуклые

Невыпуклые





Элементы многогранника



Грани:

ABCD, AA₁B₁B, AA₁D₁D,
CC₁B₁B, CC₁D₁D, A₁B₁C₁D₁

Ребра:

AB, BC, CD, DA, AA₁, BB₁,
CC₁, DD₁, A₁B₁, B₁C₁, C₁D₁, D₁A₁

Вершины:

A, B, C, D, A₁, B₁, C₁, D₁

Практическая часть:

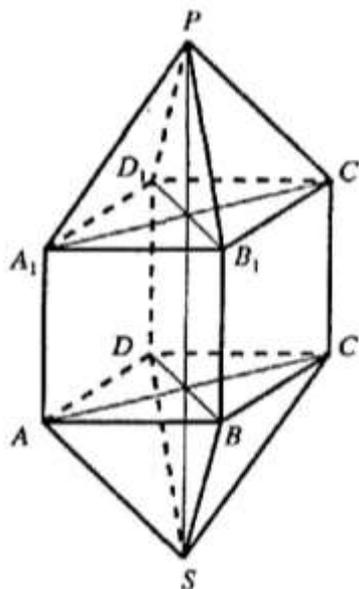
Задача:

Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображённого на рисунке. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника.

$$f = 12 \quad e = 10 \quad k = 20$$

$$f + e - k = 12 + 10 - 20 = 2$$

Вывод: Формула Эйлера верна для любого выпуклого многогранника.



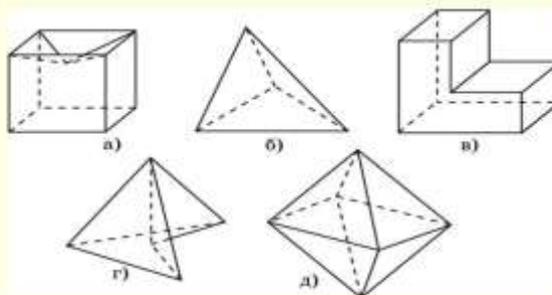
Домашнее задание

№ 1

Составить конспект

№ 2

На рисунке укажите выпуклые и невыпуклые многогранники



№ 3

Решить задачу: Начертите произвольный прямоугольный параллелепипед, укажите все его вершины, ребра и грани. Проверьте выполнимость формулы Эйлера.

Эталоны ответов:

№ 2

Выпуклые многогранники: а, б, д

Невыпуклые многогранники: в, г

№3

8 вершин, 12 ребер, 6 граней

Формула Эйлера: $6 + 8 - 12 = 2$