Задание

1. Повторить теоретический материал темы. Выполнить задания для самостоятельной работы, ответить на контрольные вопросы.

4. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическая работа

«Решение задач на выполнение теоретико-множественных операций и на подсчет количества элементов с использованием формулы количества элементов в объединении нескольких конечных множеств»

Цель занятия:

Закрепить знания студентов с таких понятий, как множество, элементы множеств, булеан, универсальное множество, мощность множества, операции над множествами, представления множеств с помощью диаграмм, формируя у них терминологический запас.

Последовательность выполнения

1. Руководствуясь приведенным теоретическим материалом, ответить на следующие **контрольные вопросы:**

Как обозначаются множества и элементы множеств?

Какое множество называется конечным?

Какие существуют способы задания множеств?

Как определяется мощность множества?

Дать определение следующих понятий:

– множество и элементы множества;

– операции разности и объединения множеств;

– операции пересечения и дополнения;

– универсальное множество и булеан.

Перечислить основные тождества алгебры множеств.

4. Представить операции над множествами в виде диаграмм.

5. Выполнить задания для самостоятельной работы.

1. Применение диаграмм Эйлера-Венна при решении практических задач

Для наглядного представления множеств и отношений между ними используются диаграммы Эйлера-Венна. Универсальное множество изображают в виде прямоугольника, а множества, входящие в универсальное множество, в виде кругов внутри прямоугольника; элементу множества соответствует точка внутри круга (рис. 1).

С помощью диаграмм Эйлера-Венна удобно иллюстрировать операции над множествами. Результирующее множество каждой операции выделено штриховкой.

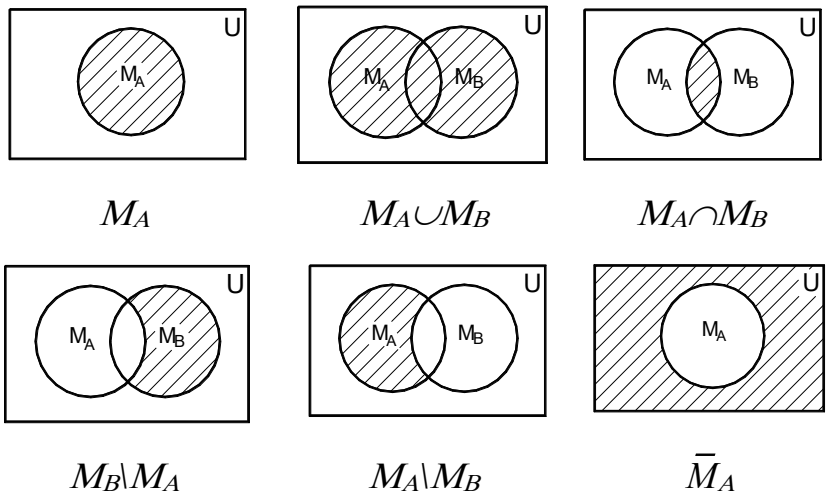

Рис. 1. Представление операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна

Пример. Рассмотрим операцию дополнения множества, являющегося пересечением множеств M_A и M_B. Необходимо доказать, что её результат совпадает с объединением дополнений этих множеств:

Решение. $M = \overline{M_A \cap M_B} = \overline{M}_A \cup \overline{M}_B$.

В этом можно убедиться с помощью диаграмм Эйлера-Венна (рис. 2).

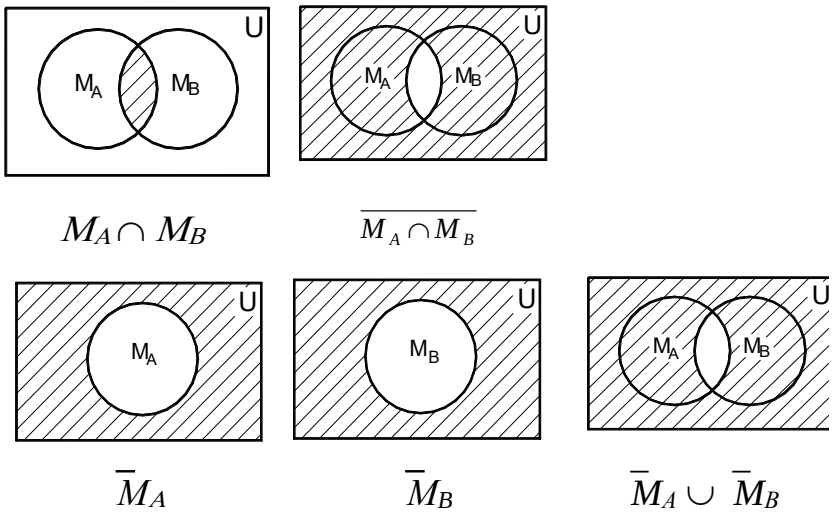

Рис. 2

Для любых подмножеств A, B и C универсального множества U выполняются следующие тождества (основные тождества алгебры множеств):

1. $A \cup B = B \cup A$ (коммутативность $\cup$).
2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (ассоциативность $\cup$).
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (дистрибутивность $\cup$ относительно $\cap$).
4. $A \cup \varnothing = A$ (свойство нуля).
5. $A \cup \overline{A} = U$ (свойство дополнения).
6. $A \cup A = A$.
7. $A \cup U = U$ (свойство единицы).
8. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (закон де Моргана).
9. $A \cup (A \cap B) = A$ (закон поглощения).
10. $\overline{\overline{A}} = A$ (инволюция).
11. $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

1′. $A \cap B = B \cap A$ (коммутативность $\cap$).

2′. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (ассоциативность $\cap$).

3′. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (дистрибутивность $\cap$ относительно $\cup$).

4′. $A \cap \varnothing = \varnothing$.

5′. $A \cap \overline{A} = \varnothing$.

6′. $A \cap A = A$.

7′. $A \cap U = A$.

8′. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (закон де Моргана).

9′. $A \cap (A \cup B) = A$ (закон поглощения).

Примеры. 1. Рассмотрим предположение о том, что произвольные множества A и B попарно эквивалентны: 1) $A \subset B$; 2) $A \cap B = A$; 3) $A \cup B = B$.

Решение. Докажем, что из первого предположения следует второе. Действительно, так как $A \cap B \subset A$, то достаточно показать, что в этом случае $A \subset A \cap B$. Но если $x \in A$, то $x \in B$, т. к. $A \subset B$ и, следовательно, $x \in A \cap B$.

Докажем, что из второго предположения следует третье. Так как $A \cap B = A$, то $A \cup B = (A \cap B) \cup B$. По закону поглощения (см. тождество 9) $B \cup (A \cap B) = B$. Отсюда, используя закон коммутативности, получаем $A \cup B = B$.

Докажем, что из третьего предположения следует первое. Так как $A \subset A \cup B$, а по условию третьего предположения $A \cup B = B$, то $A \subset B$.

Задания для самостоятельной работы

1. Перечислить элементы следующих множеств:

а) множество четных чисел от 0 до 20 включительно;

б) множество всех двузначных чисел, делящихся на 5 и не делящихся на 10.

2. Равны ли множества:

а) $\{2, 4, 5\}$ и $\{2, 4, 2, 5\}$; б) $\{1, 2\}$ и $\{\{1, 2\}\}$.

3. Перечислить подмножества следующего множества:

а) $\{\{1, 2\}, \{3\}, 4\}$.

4. Вставить между множествами символ $\in$ или $\subset$ так, чтобы получилось истинное высказывание:

а) $\{1\}$ $\{1, \{1, 2\}\}$; б) $\varnothing$ $\{\varnothing\}$; в) $\varnothing$ $\{\{\varnothing\}\}$; г) $\{1, 2\}$ $\{1, 2, \{1, 2\}\}$.

5. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $\overline{A}$, $\overline{B}$:

а) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 4\}$, $U = \{1, 2, \ldots, 9\}$.

6. Доказать следующие тождества:

а) $(A \cup B) \cap A = A \cap B$;

б) $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

7. Показать с помощью диаграмм Эйлера-Венна, какие из следующих утверждений верны:

а) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$;

б) $(A \setminus B) \cup B = A$

8. Найти мощность множеств, мощность их булеанов и $|A \cup B|$ – мощность объединения множеств:

а) $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$; б) $A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$.

9. Вставить между множествами символ $\in$ или $\subseteq$ так, чтобы получилось истинное высказывание:

а) $\{1\}$ $\{1, \{1, 2\}\}$; б) $\varnothing$ $\{\{\varnothing\}\}$; е) $\varnothing$ $\{\varnothing\}$.

10. Привести пример множеств A, B, C, таких, чтобы выполнялись условия: $A \in B$, $B \notin C$, $A \subseteq C$

Литература

1) Куликов, Л. Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л. Я. Куликов, А. И. Москаленко, А. А Фомин. – М.: Просвещение, 1993. – 288 с.

2) Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория, задачи, приложения: учеб. пособие для вузов / Я. М. Ерусалимский. – М.: Вузовская книга, 2008. – 288 с.

3) Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. – СПб.: Питер, 2001. – 304 с.