Задание

1. Рассмотреть решение типовых задач.

2. Выполнить практическую работу в соответствии с вариантом по списку в журнале.

3. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическая работа на тему: **Решение задач на формулу Бернулли**

Цель: 1) Расширение и углубление знаний о вероятности события при независимых испытаниях.

2) Формирование умений решать задачи на нахождение вероятности с использованием формулы Бернулли

3) Формированию ОК 2,3,4

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

Если производится *n* независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события *A* одна и та же и равна *p*, то вероятность того, что событие *A* появится в этих n испытаниях *m* раз, выражается ***формулой Бернулли***

$$P_n(m) = C^n_k \cdot p^m \cdot q^{n-m},$$

где q = 1-p.

Число m_0 называется ***наивероятнейшим числом*** наступлений события *A* в n испытаниях и равно целой части числа $(n+1)p$, а при целом $(n+1)p$ наибольшее значение достигается при двух числах: $m_1=(n+1)p-1$ и $m_2=(n+1)p$.

Если $p\neq0$ и $p\neq1$, то число m_0 можно определить из двойного неравенства

$$np-q \leq m_0 \leq np+p.$$

Задача 1. *В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули подряд 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Какова вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется два белых?*

Решение. Вероятность извлечения белого шара p=20/30=2/3 можно считать одной и той же во всех испытаниях; q=1-p=1/3. Используя формулу Бернулли, получаем

$P_4(2) = C^4_2\cdot p^2\cdot q^2=(12/2)\cdot(2/3)^2\cdot(1/3)^2 = 8/27$

Задача 2. Игральную кость бросили 10 раз. Какова вероятность, что число 3 выпадет два раза?

Решение. При одном броске вероятность выпадения тройки равна p = 1/6, а вероятность не выпадения равна 1-p = 5/6.

Каждый бросок - независимое испытание. Применим ф-лу Бернулли.

$P_n(m)=C_n^m\, p^m(1-p)^{n-m}$, где n=10, m=2

$P= C_{10}^2\cdot(1/6)^2\cdot(5/6)^8 = 10!/(8!*2!)*5^8/6^{10} = 45*5^8/6^{10} \approx 0{,}29$

Задача 3. ***Вероятность появления события A равна 0,4. Какова вероятность того, что при 10 испытаниях событие A появится не более трех раз?***

Решение. Здесь p=0,4, q=0,6. Имеем:

$P_{10}(0) = q^{10}$, $P_{10}(1) = 10pq^9$, $P_{10}(2) = 45p^2q^8$, $P_{10}(3) = 120p^3q^7$.

Вероятность того, что событие A появится не больше трех раз, равна

$P = P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2) + P_{10}(3) = q^{10}+10pq^9+45p^2q^8+120p^3q^7\approx 0{,}38$.

Задача 4. ***Вероятность попадания стрелком в цель равна 0,7. Сделано 25 выстрелов. Определить наивероятнейшее число попаданий в цель.***

Решение. Здесь n=25, p=0,7, q=0,3. Следовательно,

$25 \cdot 0{,}7 - 0{,}3 \le m_0 \le 25 \cdot 0{,}7 + 0{,}7$, т.е. $17{,}2 \le m_0 \le 18{,}2$.

Так как m - целое число, то $m_0=18$.

Задача 5. Монету бросают 10 раз. Найдите вероятность, что герб выпадет:

1) 4 раза;

2) не менее 4 раз.

Решение. **1)** Вероятность выпадения герба при одном броске равна 1/2, вероятность выпадения решки также равна 1/2.

Испытания Бернулли.

$P = C_{10}^4 *(1/2)^4*(1-1/2)^{10-4} = 10!/(4!*6!) * (1/2)^{10} = 10*9*8*7/(2*3*4) /2^{10} = 210/1024 = 0{,}205078125 \approx 0{,}205$

2) Пусть Событие **А** = "Герб выпадет не менее 4-х раз".

Проще найти вероятность противоположного события (**не А)**: "Герб выпадет менее 4-х раз". Т.е. 3 или 2 или 1 раз или ни разу. Обозначим P(k) - вероятность того, что при 10 бросках герб выпадет k раз.

P(3) $= C_{10}^3 *(1/2)^{10} = 10*9*8/6 /1024 = 120/1024$

P(2) $= C_{10}^2 *(1/2)^{10} = 10*9/2 /1024 = 45/1024$

P(1) $= 10*(1/2)^{10} = 10/1024$

P(0) $= 1*(1/2)^{10} = 1/1024$

P(не А) = P(0)+P(1)+P(2)+P(3) = (120+45+10+1)/1024 = 176/1024= 0,171875

P(A) = 1 - P(не А) = 1 - 0,171875 = 0,828125

Задача 6. Игральная кость бросается 6 раз. Какова вероятность того, что шестерка выпадет 4 раза?

Решение. Вероятность выпадения шестерки равна 1/6, а не выпадения 5/6. Имеем испытания Бернулли.

$P= C_6^{4*}(1/4)^2(5/6)^{6-2} = 6!/(4!*2!)* 1/16 * (5/6)^4 = 15/16* 625/1296\approx$ **0,452**

Задача 7. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0.11. Пользуясь формулой Бернулли найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей будут четыре стандартных.

Решение. Вероятность изготовить стандартную деталь равна 1-0,11=0,89

По формуле Бернулли

$\mathbf{P}=C_5^4*0{,}89^4*0{,}11^1 = 5!/(4!*1!) *0{,}89^4*0{,}11= 5*0{,}6274*0{,}11=0{,}3451$

Задача 8. Произведено 46 бросков одной игральной кости, каково наивероятнейшее количество выпадений шестерки?

Решение. Событие А - выпадение **шестерки** при одном испытании. Количество испытаний**n=46**.

При одном испытании вероятность наступления события А равна **p=1/6, q=**1-p = 5/**6** - вероятность не наступления события А (выпадение не 6).

Число m называется наивероятнейшим числом наступления события А в серии из n независимых испытаний Бернулли (с вероятностью наступления события А, равной p в одном испытании) и определяется соотношением

$np-q \le m \le np+p$

$46*1/6 -5/6 \le m \le 46*1/6 +1/6$

$41/6 \le m \le 47/6$

$6{,}8 \le m \le 7{,}8$

Ответ: 7.

Задача 9. *Игральная кость бросается 21раз. Каково наиболее вероятное количество испытаний, в которых выпадет менее 4-х очков?*

Решение. Событие А - выпадение 1, 2 или 3 при одном испытании. Количество испытаний**n=21**.

При одном испытании вероятность наступления события А равна 3/6=1/2.

p=1/2, q=1-p = **1/2** - вероятность не наступления события А (выпадение 4, 5 или 6).

Число m называется наивероятнейшим числом наступления события А в серии из nнезависимых испытаний Бернулли (с вероятностью наступления события А, равной pв одном испытании) и определяется соотношением

$np-q \le m \le np+p$

$21*0,5 -0,5 \le m \le 21*0,5 +0,5$

$10 \le m \le 11$

Ответ: 10; 11.

Задача 10. *Игральная кость бросается 16 раз. Найти наивероятнейшее число появления числа очков кратного трем.*

Решение. Событие А - выпадение **3** или **6** при одном испытании. Количество испытаний 16.

При одном испытании вероятность наступления события А равна **p**=2/6=**1/3**, а вероятность не наступления равна **q**=1 -1/3 =**2/3**

$np-q \le m \le np+p$ *m-наивероятнейшее число наступления события А.*

n=16 p=1/3 q=2/3

$16*1/3 - 2/3 \le m \le 16*1/3 + 1/3$

$14/3 \le m \le 17/3$

$4,7 \le m \le 5,6$ m=5

Ответ: 5

Задача 11. Вероятность изготовления изделия высшего сорта равна 0,87. Чему равно наиболее вероятное число изделий высшего сорта в партии из 100 изделий.

Решение. **Событие А** - изготовлено изделие высшего сорта, вероятность наступления события А **p=0,87**, вероятность не наступления события А **q=**1-0,87=**0,13.**

n=100 - количество испытаний Бернулли (количество изготовленных изделий).

m - наивероятнейшее число изделий высшего сорта

np-q ≤ m ≤ np+p

100*0,87 - 0,13 ≤ m ≤ 100*0,87 + 0,87

87-0,13 ≤ m ≤ 87 +0,87

m=87

Задача 12. В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

Решение. Событие *A* – достали белый шар.

Тогда вероятности $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(\overline{A})=\frac{1}{3}$.

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2)=C_4^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}.$$

Задача 13. Среди деталей, обрабатываемых рабочим, бывает в среднем 4% нестандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на испытание 30 деталей две будут нестандартными.

Решение. Здесь опыт заключается в проверке каждой из 30 деталей на качество. Событие А - «появление нестандартной детали», его вероятность $p = 0{,}04$, тогда $q = 0{,}96$. Отсюда по формуле Бернулли находим $P_{30}(2) = C_{30}^{2} \cdot 0{,}04^{2} \cdot 0{,}96^{28} \approx 0{,}202$.

Задача 14. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет не менее 16 и не более 19.

Решение. Вычисляем по формуле Бернулли:

$$P_{20}(16 \le k \le 19) = P_{20}(16) + P_{20}(17) + P_{20}(18) + P_{20}(19) =$$
$$= C_{20}^{16} \cdot 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{4} + C_{20}^{17} \cdot 0{,}9^{17} \cdot 0{,}1^{3} + C_{20}^{18} \cdot 0{,}9^{18} \cdot 0{,}1^{2} +$$
$$+ C_{20}^{19} \cdot 0{,}9^{19} \cdot 0{,}1 \ = 4{,}508 \cdot 0{,}9 = 0{,}834$$

Задача 15. ОТК проверяет партию из 10 деталей. Вероятность того, что деталь стандартная, равна 0,85. Найти наивероятнейшее число стандартных деталей в этой партии.

Решение. По условию p=0,85, n=10, g=1-p=0,15. Число m_0 определяется из двойного неравенства (2), т.е.

$100{,}85-0{,}15 \le m_0 \le 100{,}85+0{,}85$, или $8{,}35 \le m_0 \le 9{,}35$. Поскольку m_0 – целое число то, очевидно, что $m_0=9$.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Вероятность появления события А в каждом из n независимых испытаний постоянна и равна p. Найти:

1) вероятность того, что в n независимых испытаниях событие А появится: а) m раз; б) не менее m раз; в) не более m раз; г) хотя бы 1 раз;

2) наивероятнейшее число появления события А в независимых испытаниях и вероятность наивероятнейшего числа появлений события А в этих испытаниях:

№ варианта	Количество испытаний	Количество появления события А в nиспытаниях	Вероятность события А
1.	n=5	m=2	p=0,6
2.	n=8	m=7	p=0,7
3.	n=6	m=4	p=0,5
4.	n=8	m=3	p=0,6
5.	n=5	m=4	p=0,9
6.	n=6	m=5	p=0,4
7.	n=7	m=3	p=0,6
8.	n=7	m=5	p=0,8
9.	n=5	m=2	p=0,3
10.	n=6	m=2	p=0,7
11.	n=5	m=3	p=0,2
12.	n=4	m=3	p=0,5
13.	n=7	m=3	p=0,9
14.	n=6	m=3	p=0,6
15.	n=4	m=2	p=0,2
16.	n=6	m=2	p=0,4
17.	n=6	m=3	p=0,3
18.	n=7	m=4	p=0,7
19.	n=5	m=3	p=0,9
20.	n=6	m=4	p=0,5
21.	n=7	m=5	p=0,8
22.	n=4	m=2	p=0,6
23.	n=5	m=3	p=0,7
24.	n=6	m=5	p=0,4
25.	n=5	m=4	p=0,6
26.	n=6	m=3	p=0,2
27.	n=7	m=5	p=0,3
28.	n=4	m=2	p=0,9
29.	n=5	m=3	p=0,8
30.	n=6	m=4	p=0,7