Задание

1. Ознакомиться с примерами решения типовых задач, повторить теоретический материал темы. Выполнить задания для самостоятельной работы.

4. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическое занятие «Закон распределения случайной величины.»

1) **Цель работы:**

- знать определения выборочной и генеральной совокупности;

- знать определения случайной и дискретной величины;

- знать определение функции распределения случайной величины;

- уметь составлять закон распределения случайной величины;

- уметь вычислять вероятность случайной величины, заданной законом распределения.

Справочные сведения

Пусть для изучения количественного (дискретного или непрерывного) признака **X** из генеральной совокупности извлечена выборка объёма **n**. Наблюдающиеся значения $\mathbf{x_i}$ признака **X** называют вариантами; последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, называют вариационным рядом. Если выборка объёма **n** содержит **k** различных значений $\mathbf{x_1, x_2,\ldots,x_k}$, причём значение $\mathbf{x_i}$ встречается $\mathbf{n_i}$ раз **(i=1,2,…,k)**, то число $\mathbf{n_i}$ называется частотой варианты $\mathbf{x_i}$, а отношение $\boxed{w_i = \frac{n_i}{n}}$ называется относительной частотой варианты $\mathbf{x_i}$. Очевидно, что $\boxed{\sum_{i=1}^{k} n_i = n;\ \sum_{i=1}^{k} w_i = 1}$.

Статистическим распределением выборки в случае дискретного признака **X** называют перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот. Статистическим распределением выборки в случае непрерывного признака **X** называют перечень интервалов и соответствующих им частот или относительных частот (в качестве частоты, соответствующей интервалу, принимают сумму частот вариант, попавших в этот интервал).

Эмпирической функцией распределения называют функцию $F^*(x)$,определяющую для каждого значения **x** относительную частоту события **X< x**:

$$\boxed{F^*(x) = \frac{n_x}{n}},$$

где $\mathbf{n_x}$ – число вариант, меньших **x**; **n** – объём выборки. Эмпирическая функция $F^*(x)$ служит оценкой неизвестной функции распределения $F(x)$ случайной величины **X**.

Функция обладает следующими свойствами:

1) значения эмпирической функции принадлежат отрезку [0;1];
2) $F^*(x)$ – неубывающая функция;
3) Если $\mathbf{x_1}$ наименьшая, а $\mathbf{x_k}$ – наибольшая варианты, то $F^*(x)=0$ при $\mathbf{x} \le \mathbf{x_1}$ и $F^*(x)=1$ при $\mathbf{x}>\mathbf{x_k}$.

Пример 1. Найти эмпирическую функцию $F^*(x)$ по данному распределению выборки. Построить график этой функции.

$\mathbf{x_i}$	1	3	4	5
$\mathbf{n_i}$	6	8	6	5

Решение. Объём выборки n=6+8+6+5=25.Наименьшая варианта 1, поэтому $F^*(x)=0$ при $x \le 1$. Значение X<3, а именно $x_1=1$, наблюдалось 6 раз, следовательно, $F^*(x)=\frac{6}{25}=0{,}24$ при $1<x\le 3$. Если $3<x\le 4$, то $F^*(x)=\frac{14}{25}=0{,}56$, так как значения $x_1=1$ и $x_2=3$ наблюдались 6+8=14 раз. Если $4<x\le 5$, то $F^*(x)=\frac{20}{25}=0{,}80$, так как в этом случае $n_x=6+8+6=20$. Так как наибольшая варианта равна 5, то $F^*(x)=1$ при x>1.

Следовательно, $F^*(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 1; \\ 0{,}24 & при \quad 1 < x \le 3; \\ 0{,}56 & при \quad 3 < x \le 4; \\ 0{,}80 & при \quad 4 < x \le 5; \\ 1 & при \quad x > 5. \end{cases}$

График функции изображён на рис.1.

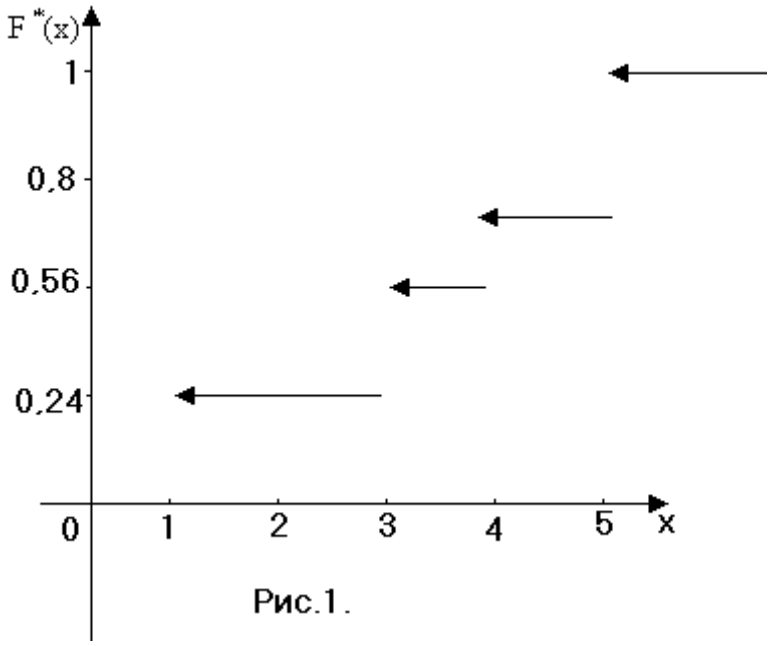

Рис.1.

<u>Полигоном частот</u> называют ломаную, отрезки которой соединяют точки **(x_1; n_1)**, **(x_2; n_2)**,…, **(x_k; n_k)**, где **x_i** – варианты выборки; **n_i** – соответствующие им частоты (**i=1,2,…,k**).

Полигоном относительных частот называют ломаную отрезки которой соединяют точки **(x_1; w_1)**, **(x_2; w_2)**,…, **(x_k; w_k)**, где **w_i** – соответствующие вариантам **x_i** относительные частоты .

<u>Пример 2.</u> Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки.

x_i	1	2	4	6
n_i	4	7	6	3

<u>Решение.</u> Найдём относительные частоты. Так как объём выборки n=4+7+6+3=20, то $w_1=\frac{4}{20}=0{,}2$; $w_2=\frac{7}{20}=0{,}35$; $w_3=\frac{6}{20}=0{,}3$; $w_4=\frac{3}{20}=0{,}15$. Следовательно, распределение относительных частот имеет вид

x_i	1	2	4	6
w_i	0,2	0,35	0,3	0,15

Построив точки (1; 0,2),(2; 0,35), (4; 0,3), (6; 0,15) и соединив их отрезками прямых, получим искомый полигон относительных частот (рис.2).

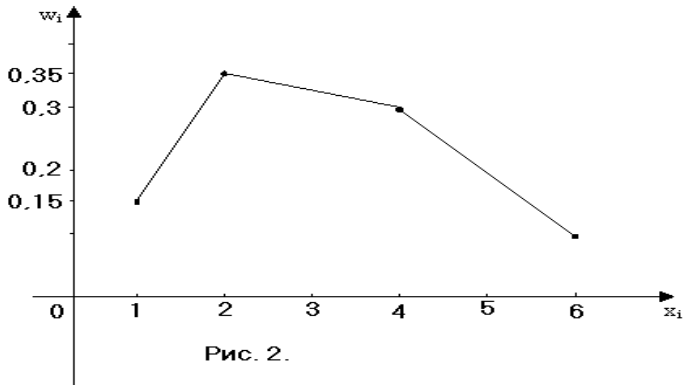

Рис. 2.

В случае непрерывного признака **X** интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения этого признака, разбивают на частичные интервалы длины **h**, и находят $\mathbf{n_i}$ – сумму частот вариант, попавших в i-й интервал.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются частичные интервалы длины **h**, а высоты равны отношению $\frac{w_i}{h}$ (плотность относительной частоты).

Площадь гистограммы относительных частот равна сумма всех относительных частот, т.е. единице.

Пример 3. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению выборки объёма n=50.

Номер интервала	1	2	3	4	5
Частичный интервал (x_i; x_{i+1})	(1;3)	(3;5)	(5;7)	(7;9)	(9;11)
Сумма частот вариант, попавших в интервал	7	10	20	8	5

Решение. Найдём относительные частоты: $w_1=\frac{7}{50}=0{,}14$; $w_2=\frac{10}{50}=0{,}2$; $w_3=\frac{20}{50}=0{,}4$; $w_4=\frac{8}{50}=0{,}16$; $w_5=\frac{5}{50}=0{,}1$.

Найдём плотности относительных частот, учитывая, что длина частотного интервала h=2:

$$\frac{w_1}{h}=0{,}07;\ \frac{w_2}{h}=0{,}1;\ \frac{w_3}{h}=0{,}2;\ \frac{w_3}{h}=0{,}02;\ \frac{w_4}{h}=0{,}08;\ \frac{w_5}{h}=0{,}05.$$

Построим на оси абсцисс данные частные интервалы. Проведём над этим интервалами отрезки, параллельные оси абсцисс и находящиеся от неё на расстояниях, равных соответствующим плотностям относительной частоты. Искомая гистограмма относительных частот изображена на рис. 3.

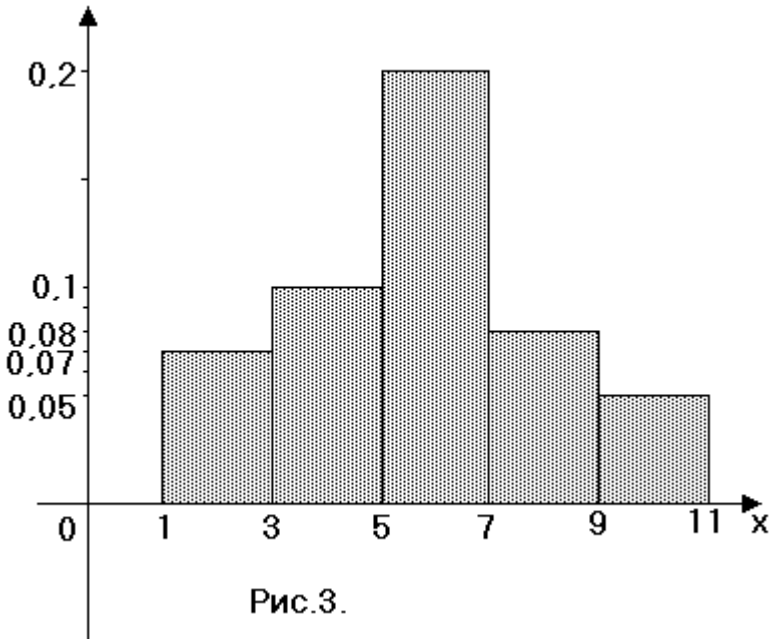

Рис.3.

Задания для самостоятельного решения

<u>Задача 1.</u> Дано статическое распределение выборки. Требуется:

1) Найти эмпирическую функцию распределения и построить её график;
2) Построить полигоны частот и относительных частот.

1.1

x_i	2	5	6	7	9
n_i	3	6	10	4	2

1.2

x_i	1	3	5	6	8
n_i	2	4	10	3	1

1.3

x_i	3	4	5	7	9
n_i	1	3	15	4	2

1.4

x_i	1	2	5	8	10
n_i	2	6	8	3	1

1.5

x_i	2	3	4	5	8
n_i	3	4	10	6	2

1.6

x_i	5	6	7	9	10
n_i	1	5	12	4	3

1.7

x_i	0,8	1	2	3,5	4
n_i	4	6	7	5	3

1.8

x_i	3	5	6	8	10

	n_i	2	4	6	5	3
1.9	x_i	1	1,5	3	4	5
	n_i	1	4	11	6	3
1.10	x_i	2	4	5	6,5	7,5
	n_i	1	3	10	4	2
1.11	x_i	4	6	7	8	10
	n_i	1	3	12	5	4
1.12	x_i	0,5	1,5	2	3	4
	n_i	2	3	10	4	1
1.13	x_i	2	4	5	6	7
	n_i	3	8	10	3	1
1.14	x_i	3	4	5	8	10
	n_i	1	4	8	5	2
1.15	x_i	2	2,5	3	5	5,5
	n_i	2	3	8	4	3
1.16	x_i	1	2	5	6	8
	n_i	3	5	12	4	1

1.17	x_i	2	4	5	6	9
	n_i	3	3	10	5	4
1.18	x_i	1,5	2,5	3	4	6
	n_i	2	4	8	3	3
1.19	x_i	3	5	6	8	9
	n_i	1	3	10	6	5
1.20	x_i	2	3	5	7	8
	n_i	1	4	8	5	2
1.21	x_i	3	5	6	8	9
	n_i	2	5	8	6	4
1.22	x_i	1	2	4	5	6
	n_i	3	6	10	4	2
1.23	x_i	1	4	5	7	10
	n_i	2	6	8	3	1
1.24	x_i	1,5	2	4,5	5	6
	n_i	2	5	9	6	3
1.25	x_i	1,3	2	3	4,5	5

	n_i	3	7	8	4	3
1.26	x_i	2,3	3	4	4,5	5,5
	n_i	2	4	10	3	1
1.27	x_i	1,2	2	2,5	3,5	4
	n_i	4	5	10	4	2
1.28	x_i	2	3	5	6	6,5
	n_i	3	4	8	3	2
1.29	x_i	0	2	3	4	6
	n_i	4	5	10	4	2
1.30	x_i	1	2	3	5	6
	n_i	5	9	6	3	2