Задание

1. Изучить и законспектировать материал лекции. Лекция рассчитана на 4 часа. Записать все типовые задачи рассмотренные в лекции.

2. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Повторение испытаний. Формула Бернулли.

Мы рассмотрели вероятности событий, возникающих в результате единичных испытаний, однако наибольший интерес представляют сложные события. На практике часто встречается такая схема событий, при которой испытания повторяются. Эта схема называется **схемой повторных испытаний, или схемой Бернулли**.

Пример. Рабочий изготавливает на станке детали. Каждая деталь может оказаться годной или бракованной. Если рассматривать все детали, то мы имеем дело со схемой повторных испытаний.

Вероятность появления события А в единичном испытании постоянна и равна p, причем $0<p<1$. Какова вероятность того, что в n независимых испытаниях событие появится ровно к раз?

Обозначим буквой B_1 одну комбинацию элементарных исходов, в которой событие А наступило к раз, а n-к раз не наступило, причем предположим, что в первых k испытаниях событие А произошло, а в следующих n-к испытаниях событие А не произошло.

$$B_1 = \underbrace{\underbrace{AA\ldots A}_{k}\underbrace{\bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A}}_{n-k}}_{n}$$

. Вычислим вероятность этого события. Т.к. события независимы в совокупности, то

$P(B_1) = (P(A))^k \cdot (P(\bar{A}))^{n-k} = p^k \cdot (1-p)^{n-k} = p^k \cdot q^{n-k}$, где 1-p=q. Таких сложных событий может быть столько, сколько можно составить сочетаний из ***n***элементов по ***k*** элементов, т.е. C_n^k. Эти сложные события несовместны,

поэтому по теореме сложения искомая вероятность равна сумме вероятностей всех возможных сложных событий:

$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ или $P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k \cdot q^{n-k}$.

Эта формула называется формулой Бернулли.

Задача 1. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,9. Определить вероятность того, что из 6 наудачу взятых деталей 4 окажутся стандартными.

<u>Решение.</u> Условие задачи соответствует схеме повторных испытаний в одинаковых условиях. Поэтому, применяя формулу Бернулли при n=6, k=4 и p=0,9, получим $P_6(4) = C_6^4 \cdot (0{,}9)^4 \cdot (0{,}1)^2 = 0{,}0984$.

Задача 1=2. Прибор состоит из пяти узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени t) для каждого узла равна 0,9. Узлы выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что за время t откажут ровно два узла.

<u>Решение:</u> Рассмотрим событие А - выход узла из строя за время t. Число узлов n=5. Число отказавших узлов за время t: k=2.

P(A) - вероятность выхода узла из строя: p=P(A)=0,1. Тогда q=1-p=1-0,1=0,9.

Теперь вычислим искомую вероятность по формуле Бернулли:

$P_5(2) = C_5^2 (0{,}1)^2 \cdot (0{,}9)^3 = 10 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}729 = 0{,}0729$.

Задача 3. Всхожесть семян данного растения равна 90 %. Найти вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех.

<u>Решение</u>

а) Искомую вероятность находим с помощью формулы Бернулли (14), учитывая что $n = 4$, $k = 3$, $p = 0{,}9$, $q = 1 - p = 0{,}1$.

$P_4(3) = C_4^3 (0{,}9)^3 (0{,}1)^1 = 4 \cdot 0{,}729 \cdot 0{,}1 = 0{,}2916$.

б) «Не менее трех» означает, что из четырех семян взойдут или три, или четыре. Так как эти события несовместны, то по теореме сложения искомая вероятность равна

$$P_4(k \geq 3) = P_4(3) + P_4(4) = C_4^3(0{,}9)^3(0{,}1)^1 + C_4^4(0{,}9)^4(0{,}1)^0 = 0{,}2916 + 0{,}6561 = 0{,}9477 .$$

Наивероятнейшее число наступлений события при повторении испытаний.

Наивероятнейшим числом $\boldsymbol{m_o}$ *появления события А в* **n** *независимых испытаниях* называется число, для которого вероятность $P_n(m_o)$ превышает или, по крайней мере, не меньше вероятности каждого из остальных возможных исходов испытаний.

Для определения наивероятнейшего числа наступлений события служит двойное неравенство:

$$np - q \leq m_o \leq np + p$$

а) Если $np-q$ дробное число, то и $np+p$ тоже дробное. Так как m_o - целое, то в этом случае будет одно наивероятнейшее число наступлений события.

б) Если $np-q$ целое, то и $np+p$ целое, значит между ними нет целого промежуточного значения. В этом случае m принимает два значения: $m_1 = np-q$ и $m_2 = np+p$.

При очень большом числе независимых испытаний **n** - наивероятнейшая частота наступлений события близка к вероятности p этого события при отдельном испытании.

Локальная теорема ЛАПЛАСА.

Если число испытаний n велико, то искомую можно вычислить по локальной теореме Лапласа, которая дает асимптотическую формулу, позволяющую приближенно найти вероятность появления события в n испытаниях ровно $к$ раз.

<u>Локальная теорема Лапласа</u>: Если вероятность p появления события А в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность $P_n(к)$ того, что событие А появится в n испытаниях ровно $к$ раз приближенно равна:

$$P_n(k)=\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)$$, где $$x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$, $$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};$$

Значения функции ***φ (x)*** находят по таблице (см. приложение 1). Функция φ (x) четная, т.е. φ (-x) = φ (x) .

Задача 3. Вероятность того, что деталь не прошла проверку, равна 0,2.Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей 80 деталей окажутся непроверенными.

Решение :

$$n=400,\quad k=80,\quad p=0{,}2\quad q=1-0{,}2=0{,}8$$
$$P_{400}(80)=?$$

Воспользуемся локальной теоремой Лапласа:

$$P_n(k)=\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x),\text{где } x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}.$$

Вычислим значение x :

$$x=\frac{80-400\cdot 0{,}2}{\sqrt{400\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8}}=\frac{80}{80}=0$$

По таблице 1 находим $\varphi(0)=0{,}3989.$ Искомая вероятность равна: $P_{400}(80)=\frac{0{,}3989}{8}=0{,}04986$.

Интегральная теорема Лапласа.

Пусть производится ***n*** испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А постоянна и равна ***p (0<p<1***). Вычислить вероятность того, что в ***n*** испытаниях событие А появится не менее $\mathbf{k_1}$ и не более $\mathbf{k_2}$ раз.

Эту вероятность можно вычислить по **интегральной теореме Лапласа**: Если вероятность наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность $P_n(k_1;k_2)$ того, что событие А появится в ***n*** испытаниях от k_1 до k_2 раз приближенно равна определенному интегралу:

$$P_n(k_1;k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'}^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, где,$$

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Учитывая, что $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \phi(x)$ функция Лапласа, получим упрощенную формулу для $P_n(k_1;k_2)$:

$P_n(k_1;k_2) \approx \phi(x'') - \phi(x')$, где $x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, и, x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$

Функция $\phi(x)$ нечетная, т.е. $\phi(x) = -\phi(x)$.

Для x>5 $\phi(x) = 0,5$.

Значения функции $\phi(x)$ находят по таблице (см. приложение 2.)

Распределение Пуассона.

Пусть производится ***n*** независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна ***p***. В таких случаях, когда ***n*** велико, а***p*** мало, пользуются асимптотической **формулой Пуассона**.

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}, где, \lambda = np$$

Эта формула выражает закон распределения Пуассона вероятностей массовых (n велико) и редких (p мало) событий.

Значения $e^{-\lambda t}$ и $P_n(k)$ находят по таблицам (см. приложения 3 и 4).

Задача 4. Радиоустройство содержит 500 элементов. Вероятность отказа любого из них в течение срока службы равна 0,006. Найти вероятность того, что в течение срока службы устройства откажут ровно 2 элемента.

<u>Решение:</u> Число элементов велико (n=500), а вероятность отказа в течение срока службы мала (p=0,006), следовательно, искомую вероятность находим по формуле Пуассона: $P_n(k)=\frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где $\lambda = np$

Найдем $\lambda = 500 \cdot 0{,}006 = 3, k = 2$

$$P_{500}(2)=\frac{3^2 \cdot e^{-3}}{2!}=4{,}5 \cdot 0{,}4979 \approx 0{,}184.$$

Задача 5.Машинистка печатает текст, который содержит *20000* знаков. Каждый знак может быть напечатан неправильно с вероятностью *0.0004*. Какова вероятность того, что в тексте не менее *3* опечаток?

<u>Решение.</u> Если опечатку считать успехом, то к этой задаче применима схема Бернулли при *p=0.0004, n=20000*. Поскольку $\lambda=np=8$, то можно использовать предельную теорему Пуассона. Поэтому, искомая вероятность равна $1-P_n^0- P_n^1- P_n^2=1-e^{-8}- 8\, e^{-8}-(64/2)\, e^{-8}= 1-41\, e^{-8}=0.986$.

Задача 6. Монета бросается 100 раз. Найти приближенно вероятность того, что герб выпадет 40 раз. (Воспользоваться таблицей)

<u>Решение.</u> Если считать успехом выпадение герба, то вероятность успеха равна *1/2*. Поэтому используя предельную локальную теорему Муавра-Лапласа, получим

$$P(A)=\frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\exp\{-\frac{x^2}{2}\}=\frac{1}{5}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\{-\frac{x^2}{2}\}, \text{ где } x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}=\frac{40-100/2}{\sqrt{100/4}}=-2.$$

Таким образом, используя таблицы для плотности нормального распределения, получим P(A)=0.0108.

Задача 7. При рождении ребенка вероятность рождения мальчика равна *0.512*. Найти вероятность того, что среди *1000* новорожденных мальчиков родится больше, чем девочек.

<u>Решение.</u> Пусть *A* – это событие, соответствующее вопросу задачи, *m* – это число рожденных мальчиков. Нетрудно видеть, что *P(A) = P(m>500)*. Поскольку *n=1000* можно считать достаточно большим, то применим интегральную теорему Муавра-Лапласа, согласно которой

$$P(A)=P\left(\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}>\frac{500-512}{\sqrt{250}}\right)=1-\Phi(-0.757)=1-(1-\Phi(0.757)=\Phi(0.757)=0.775.\right.$$

Задача 8. В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

<u>Решение:</u> СобытиеА – достали белый шар. Тогда вероятности $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(\overline{A})=\frac{1}{3}$. По формуле Бернулли требуемая вероятность $P_4(2)=C_4^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$.

Задача 9. Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 деталей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

<u>Решение:</u> Вероятность рождения девочки $p=\frac{1}{2}$, тогда $q=\frac{1}{2}$.

Найдем вероятности того, что в семье нет девочек, родилась одна, две или три девочки:

$$P_5(0)=q^5=\frac{1}{32},\quad P_5(1)=C_5^1p^1q^4=\frac{5}{32},$$

$$P_5(2)=C_5^2p^2q^3=\frac{10}{32},\quad P_5(3)=C_5^3p^3q^2=\frac{10}{32}.$$

Следовательно, искомая вероятность $P=P_5(0)+P_5(1)+P_5(2)+P_5(3)=\frac{13}{16}$.

Задача 10. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах цель будет поражена 70 раз.

<u>Решение:</u> Из условия следует, что $n=100$, $p=0{,}8$, поэтому $q=0{,}2$; $k=70$. Поскольку $npq=16>10$, то можно воспользоваться формулой.

$$x=\frac{70-100\cdot 0{,}8}{\sqrt{16}}=-2{,}5.$$

По таблице приложения 1 находим $\varphi(-2{,}5)=\varphi(2{,}5)=0{,}0175$. Поэтому $P_{100}(70)\approx\frac{0{,}0175}{4}=0{,}0044.$

Задача 11. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах цель будет поражена от 75 до 90 раз.

Решение: Используем интегральную теорему Лапласа. В нашем случае $n=100$, $p=0{,}8$, $q=0{,}2$, $k_1=75$, $k_2=90$.

$$x_1=\frac{75-100\cdot 0{,}8}{\sqrt{16}}=-1{,}25,\ x_2=\frac{90-100\cdot 0{,}8}{\sqrt{16}}=2{,}5.$$

По таблице приложения 1 находим

$\Phi(x_1)=\Phi(-1{,}25)=-\Phi(1{,}25)=-0{,}3944$, $\Phi(x_2)=\Phi(2{,}5)=0{,}4938$.

Поэтому $P_{100}(75;90)\approx\Phi(x_2)-\Phi(x_1)=0{,}4938+0{,}3944=0{,}8882$.

Пример. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течении времениТ равна 0,002. Найти вероятность того, что за времяТ откажут ровно три элемента.

Решение: N=1000, p=0,002, λ=np=2, k=3.

Искомая вероятность $P_{1000}(3)=\frac{\lambda^3}{3!}e^{-\lambda}=\frac{2^3}{2e^2}=0{,}18$.

Задача 12. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути 0,004. Найти вероятность того, что в пути повреждено меньше трех изделий.

Решениеn=500, p=0,004, λ=2.

По теореме сложения вероятностей

$$P=P_{500}(0)+P_{500}(1)+P_{500}(2)=e^{-2}+\frac{2}{1!}e^{-2}+\frac{4}{2!}e^{-2}=5e^{-2}=0{,}68.$$

Задача 13. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найти вероятность того, что магазин получит более двух разбитых бутылок.

Решение λ=np=1000·0,003=3

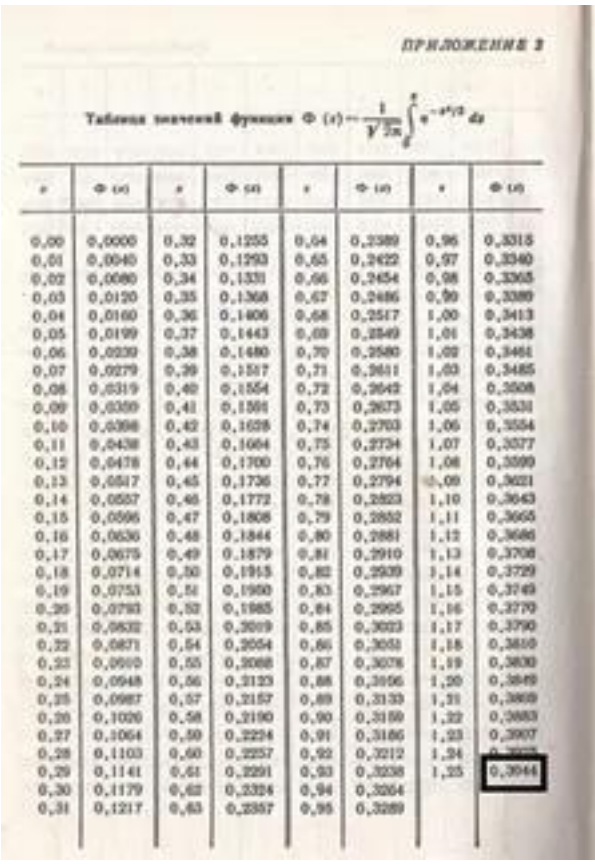
$$P_{1000}(k>2)=1-P_{1000}(k\le 2)=1-\left(P_{1000}(0)+P_{1000}(1)+P_{1000}(2)\right)=$$
$$=1-\left(e^{-3}+3e^{-3}+4{,}5e^{-3}\right)=0{,}5678.$$

Приложение 1

Значения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1093	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

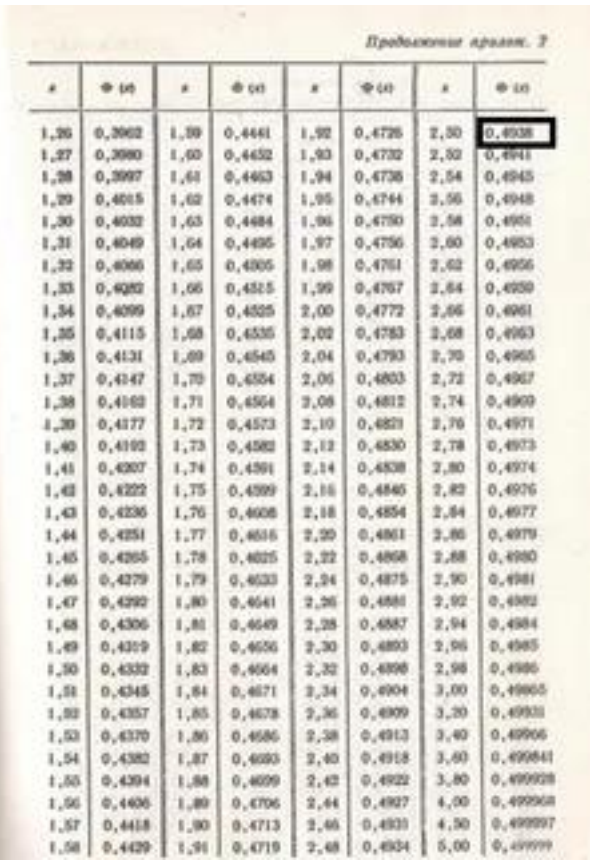
MyShared



ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3888
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	[illegible]
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		



Продолжение прилож. 3

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499999

$$P(X \le x) = \sum_{r=0}^{x} \lambda^r \frac{e^{-\lambda}}{r!}$$

$\lambda =$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
$x =$	0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653
	1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628
	2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306
	3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913
	4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$\lambda =$		2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.5	5.0	5.5
$x =$	0	0.1353	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	0.0111	0.0067	0.0041
	1	0.4060	0.3546	0.3084	0.2674	0.2311	0.1991	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074	0.0916	0.0611	0.0404	0.0266
	2	0.6767	0.6227	0.5697	0.5184	0.4695	0.4232	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689	0.2381	0.1736	0.1247	0.0884
	3	0.8571	0.8194	0.7787	0.7360	0.6919	0.6472	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735	0.4335	0.3423	0.2650	0.2017
	4	0.9473	0.9275	0.9041	0.8774	0.8477	0.8153	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678	0.6288	0.5321	0.4405	0.3575
	5	0.9834	0.9751	0.9643	0.9510	0.9349	0.9161	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156	0.7851	0.7029	0.6160	0.5289
	6	0.9955	0.9925	0.9884	0.9828	0.9756	0.9665	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091	0.8893	0.8311	0.7622	0.6860
	7	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9881	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599	0.9489	0.9134	0.8666	0.8095
	8	0.9998	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840	0.9786	0.9597	0.9319	0.8944
	9	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942	0.9919	0.9829	0.9682	0.9462
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9972	0.9933	0.9863	0.9747
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9976	0.9945	0.9890
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9992	0.9980	0.9955
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9983
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000