Уважаемые студенты!

Вам необходимо изучить и законспектировать материал лекции, выполнить упражнения, ответить на контрольные вопросы.

Фотоотчет конспекта лекции предоставить на электронную почту hvastov@rambler.ru, при возникновении вопросов обращаться по телефону 0721098278 (WatsApp).

Лекция

Примеры применения производной для решения прикладных задач.

План

1. Физический смысл производной.
2. Применение производной в прикладных задачах.

1. Физический смысл производной

Под физическим смыслом производной понимают скорость изменения функции в данной точке. Например:

1) при движении тела скорость v в данный момент времени t есть производная от пути $s(t)$: $v = \frac{ds}{dt}$;

2) при вращательном движении твердого тела вокруг оси $0x$ угловая скорость ω в данный момент времени t есть производная от угла поворота: $\phi(t)$: $\omega = \frac{d\phi}{dt}$;

3) при охлаждении тела скорость охлаждения в момент времени t есть производная от температуры: $\frac{dT}{dt}$;

4) теплоемкость C для данной температуры t есть производная от количества тепла Q: $C = \frac{dQ}{dt}$;

5) при нагревании стержня коэффициент линейного расширения α при данном значении температуры t есть производная от длины l: $\alpha = \frac{dl}{dt}$.

2. Применение производной в прикладных задачах.

Пример. Найти скорость точки, движение которой описывается уравнением $s = 3 + 2t + t^2$, в конце третьей секунды.

Решение. Скорость определяется по формуле

$$v = \frac{ds}{dt} = \left(3 + 2t + t^2\right)' = 2 + 2t.$$

Когда $t = 3$, имеем $v_3 = 2 + 2 \cdot 3 = 8$ (м/с).

Контрольные вопросы:

1) Что характеризует производная?
2) В чем механический смысл производной?

Упражнения:

Решить задачи:

1. Точка движется по закону $S(t) = t^4 - 4t^3 + 3t^2 - 1$.
2. Найти скорость и ускорение при $t = 3c$.
3. Точка движется по закону: $S = t^2 - 2t^3 + 4t - 5$
4. Найти скорость и ускорение при $t = 1c$.
5. Точка движется по закону: $S = 2t^5 - 3t^2 + 4t - 6$
6. Найти скорость и ускорение при $t = 2c$.
7. Маховик вращается вокруг оси по закону $\varphi(t) = t^4 - 1$.
8. Найти его угловую скорость ω при $t = 2c$.