Уважаемые студенты!

Задание

1. Прочитать внимательно лекцию.

2. Законспектировать материал лекции с примерами, скриншоты выполненных заданий прислать в фотоотчете на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Формула Бейеса

Предположим, что производится некоторый опыт, причем об условиях его проведения можно высказать n единственно возможных и несовместных гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$, имеющих вероятности $P(H_i)$. Пусть в результате опыта может произойти или не произойти событие А, причем известно, что если опыт происходит при выполнении гипотезы H_i, то $P_{H_i}(A) = p_i \ (i = 1, 2, \ldots, n)$

Спрашивается, как изменятся вероятности гипотез, если стало известным, что событие А произошло? Иными словами, нас интересуют значения вероятностей $P_A(H_i)$ На основании соотношений (4) и (5) имеем

$$P(H_i A) = P_A(H_i)P(A) = P_{H_i}(A)P(H_i) \ (i = 1, 2, \ldots, n)$$

откуда

$$P_A(H_i) = \frac{P_{H_i}(A)P(H_i)}{P(A)}$$

Но по формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \ldots + P(H_n)P_{H_n}(A) = \sum_{k=1}^{n} P(H_k)p_k$$

Поэтому

$$P_A(H_i) = \frac{P_{H_i}(A)P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(H_k)p_k} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (12)$$

Формула (12) называется формулой Бейеса*.

Пример. На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на 1-м заводе, 460—на 2-м и 340 - на 3-м. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным, для 1-го завода равна 0,03, для 2-го — 0,02, для 3-го — 0,01. Взятый наудачу подшипник оказался н естандартным. Какова вероятность того, что он изготовлен 1-м заводом?

Решение: Пусть А — событие, состоящее в том, что взятый Подшипник нестандартный, а H_1, H_2, H_3 - гипотезы, что он изготовлен соответственно 1-м, 2-м или 3-м заводом. Вероятности указанных гипотез составляют

$$P(H_1) = \frac{200}{1000} = 0,2$$

$$P(H_2) = \frac{460}{1000} = 0,46$$

$$P(H_3) = \frac{340}{1000} = 0,34$$

Из условия задачи следует, что

$$p_1 = P_{H_1}(A) = 0,03$$

$$p_2 = P_{H_2}(A) = 0,02$$

$$p_3 = P_{H_3}(A) = 0,01$$

Найдем $P_A(H_1)$, т. е. вероятность того, что подшипник, оказавшийся нестандартным, изготовлен 1-м заводом. По формуле Бейеса имеем

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1)p_1}{P(H_1)p_1 + P(H_2)p_2 + P(H_3)p_3} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{0,2 \cdot 0,03 + 0,46 \cdot 0,02 + 0,34 \cdot 0,01} \approx 0,322$$

Таким образом, вероятность гипотезы, что подшипник изготовлен 1-м заводом, изменилась после того, как стало известно, что он нестандартен.