Задание

1. Изучить и кратко законспектировать материал лекции и пример типовой задачи.

2. Фотоотчет присылать на электронную почту в трехдневный срок

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311.

Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Гипергеометрическое распределение

Цель: рассмотреть особенности гипергеометрического распределения, выучить формулу определения вероятности при гипергеометрическом распреледении.

Гипергеометрическое распределение, как и биномиальное, позволяет оценить количество успехов в серии из *n* испытаний. Разница между ними заключается в способе получения исходных данных. В биномиальной модели данные выбираются либо из конечной генеральной совокупности с возвращением либо из бесконечной генеральной совокупности без возвращения. В гипергеометрической модели данные извлекаются только из конечной генеральной совокупности без возвращения.[1] Таким образом, в то время как в биномиальной модели вероятность успеха *p* остается постоянной, а испытания не зависят друг от друга, в гипергеометрической модели эти условия не выполняются. Наоборот, в гипергеометрической модели каждый исход зависит от предыдущих исходов.

Гипергеометрическое распределение, описывающее вероятность *X* успехов при заданных параметрах *n*, *N* и *A*:

$$(1)\quad P(X)=\frac{\binom{A}{X}\binom{N-A}{n-X}}{\binom{N}{n}}$$

где *P(X)* — вероятность *X* успехов при заданных *n*, *N* и *A*, *n* — объем выборки, *N* — объем генеральной совокупности, *A* — количество успешных

[1] Используются материалы книги Левин и др. Статистика для менеджеров. – М.: Вильямс, 2004. – с. 316–318

исходов в генеральной совокупности, $N - A$ — количество неудачных исходов в генеральной совокупности, X — количество успехов в выборке, $N - X$ — количество неудачных исходов в выборке.

Количество успехов X в выборке не может превосходить количество успехов A в генеральной совокупности либо объем выборки n. Таким образом, диапазон значений, которые может принимать случайная величина, подчиняющаяся гипергеометрическому распределению, ограничен либо объемом выборки (как и диапазон биномиальной переменной), либо объемом генеральной совокупности.

Математическое ожидание гипергеометрического распределения:

(2) $\mu = E(X) = nA/N$

Стандартное отклонение гипергеометрического распределения:

(3) $$\sigma = \sqrt{\frac{nA(N-A)}{N^2}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Выражение $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ называется *поправочным коэффициентом конечной генеральной совокупности*. Он необходим, поскольку элементы выборки извлекаются из конечной генеральной совокупности.

Например, предположим, что некая организация пытается создать группу из 8 человек, обладающих определенными знаниями о производственном процессе. В организации работают 30 сотрудников, обладающих необходимыми знаниями, причем 10 из них работают в конструкторском бюро. Какова вероятность того, что в группу попадут два сотрудника из конструкторского бюро, если членов группы выбирают случайно? Объем генеральной совокупности в этой задаче $N = 30$, объем выборки $n = 8$, а количество успехов $A = 10$.

Используя формулу (1), получаем:

$$P(X=2) = \frac{\binom{10}{2}\binom{20}{6}}{\binom{30}{8}} = \frac{\frac{10!}{2!8!} \times \frac{20!}{6!14!}}{\frac{30!}{8!22!}} = 0,298$$

Таким образом, вероятность того, что в группу попадут два сотрудника из конструкторского бюро, равна 0,298 (или 29,8%).

При увеличении генеральной совокупности и объема выборки вычисления гипергеометрического распределения становятся все более утомительными. Однако гипергеометрическое распределение можно вычислить с помощью функции Excel =ГИПЕРГЕОМ.РАСП() (рис. 1).

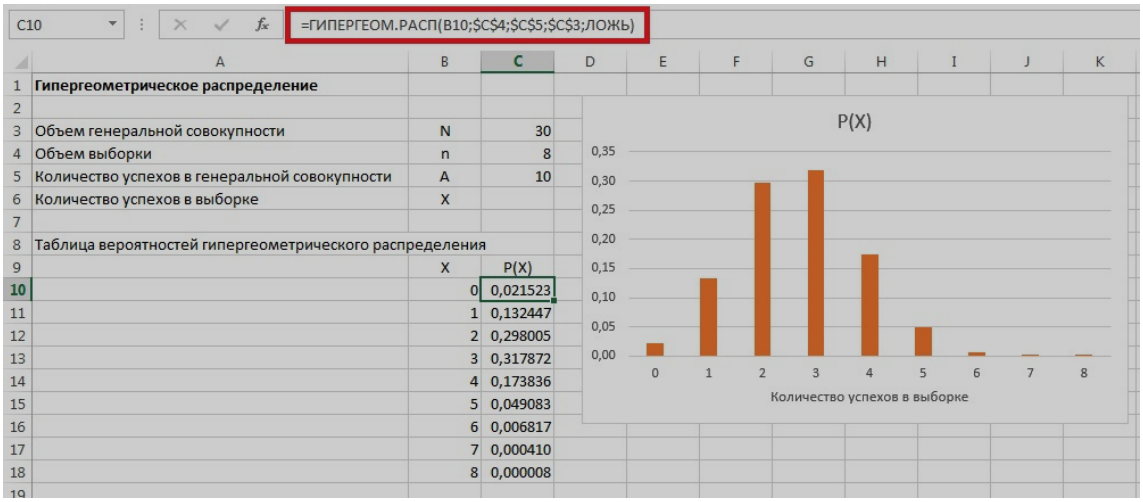

Рисунок – 1. Вычисление в Excel гипергеометрического распределение при N = 30, A = 10 и n = 8

Таким образом, в рамках рассмотренного выше примера, наиболее вероятно, что в группе из 8 сотрудников трое будут из конструкторского бюро.

Видно (рис. 6), что гипергеометрическое и биноминальное распределения довольно похожи.

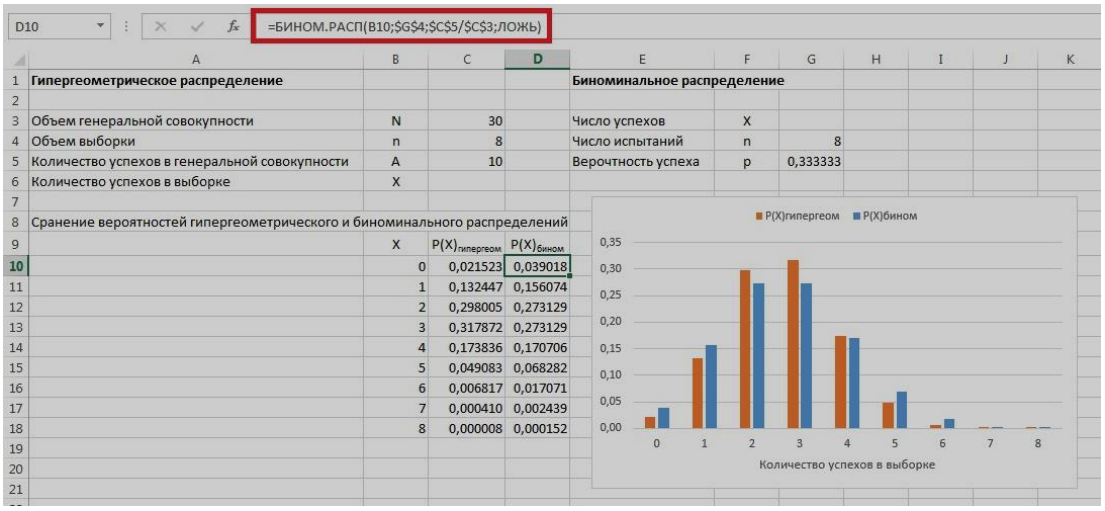

Рисунок – 2. Сравнение гипергеометрического и биноминального распределений