

Задание

1. Повторить теоретический материал темы, решить задания практической работы.

2. Фотоотчет и сообщение присылать на электронную почту

С уважением, Хвастов Александр Николаевич

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721098278 (ватсап). Электронная почта: hvastov@rambler.ru

Практическое занятие

Тема «Обратные тригонометрические функции»

Цель: научиться находить обратные тригонометрические функции

План.

1. Функция $y = \arcsin x$.

2. Функция $y = \arccos x$.

3. Функция $y = \operatorname{arctg} x$ и $y = \operatorname{arcctg} x$.

4. Самостоятельная работа (4 варианта).

1. Из свойств периодичности и графика функции $y = \sin x$ следует, что каждое своё значение $-y$ она принимает для бесконечного множества значений аргумента $x = x_0 + 2\pi n$. Это значит, что функция не является обратимой на всей области определения. Вместе с тем, на всех промежутках, где она возрастает или убывает, для неё существует обратная функция.

Выберем такой из промежутков монотонности, значения x в котором ближайšie к нулю. Это промежуток $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Если $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, то синус принимает все свои значения $y \in [-1; 1]$ и возрастает.

Поменяем обозначения независимой и зависимой переменных. Получим функцию $y = \arcsin x =$, обратную к $y = \sin x$, если $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

, записанную в принятых обозначениях переменных, области определения и значений этих функций менялись множествами.

Для $y = \arcsin x$ – значение синуса и $x \in [-1; 1]$, а y – число (угол или дуга), синус которого равен x и $y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x; \quad \arcsin(\sin x) = x;$$

$$\sin(\arcsin x) = x;$$

Примеры:

$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6};$$

$$2) \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3};$$

$$3) \sin\left(\arcsin \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2};$$

$$4) \arcsin\left(\sin \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

2. Арккосинусом числа x называется величина угла y , косинус которого равен этому числу.

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ т.к. } \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

Областью определения $y = \arccos x$ является множество $[-1; 1]$, а областью значений $[0; \pi]$, т.е. $0 \leq \arccos x \leq \pi$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

Примеры:

$$1) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$2) \cos\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \arccos(\cos x) = x$$

Арктангенсом числа x из промежутка $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ называется величина угла y , тангенс которого равен этому числу.

$$\arctan(-x) = -\arctan x$$

Арккотангенсом числа x из промежутка $[0; \pi]$ называется величина угла y , котангенс которого равен этому числу.

$$\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$$

Примеры:

$$1) \operatorname{arc} \tan 1 = \frac{\pi}{4}; \quad \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$2) \operatorname{arc} \tan (-\sqrt{3}) = -\operatorname{arctan} \sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$$

$$3) \operatorname{arc} \cot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$4) \operatorname{arc} \cot(-1) = \pi - \operatorname{arc} \tan 1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

4. Самостоятельная работа.

Задание для самостоятельного решения

Задание 1. Сравнить числа.

$$1) \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) \text{ и } \arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$2) \arccos\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ и } \arccos\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$3) \arcsin\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ и } \arcsin\frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$4) \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) \text{ и } \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$$

Задание 2. Решить уравнение.

$$1) \arcsin(3 - 2x) = \frac{\pi}{4}$$

$$2) \operatorname{arctg} \frac{1-x}{4} = \frac{\pi}{4}$$

Задание 3. Вычислить.

$$1) 4 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 6 \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$2) 2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$3) \arcsin\frac{1}{2} + \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4) 5 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) - 3 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Задание 4. Найти область определения функции.

$$y = \arcsin \frac{x - 3}{2}$$

Контрольные вопросы:

1. Что называется $\arcsin x$?
2. Дать определение $\arccos x$?
3. Как найти $\arcsin(-x)$; $\arccos(-x)$; $\operatorname{arctg}(-x)$?
4. На каком промежутке существует обратная функция $y = \sin x$, $y = \operatorname{ctg} x$?