Задание:

- Изучить теорию;
- Написать краткий конспект;
- Разобрать примеры решения;
- Ответить на вопросы;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт конспекта прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Лекция №3.

Тема: Связь свойств функций с её производной. Теоремы о дифференцируемых функциях. Сложная функция, производная сложной функции.

План.

1.Определение предела функции в точке.

2. Теоремы о пределах.

3.Понятие о производной функции.

4.Правила дифференцирования функций.

5.Таблица производных основных элементарных функций.

6.Определение сложной функции. Таблица производных сложных функций.

1.Предел функции при $x \to x_0$.

Определение 1. Число *A* называется пределом функции *f*(*x*) при $x \to x_0$, если для любой сходящейся к x_0 последовательности $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots$ значений аргумента *x*, отличных от x_0, соответствующая последовательность $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots, f(x_n), \ldots$ сходится к числу *A*.

Символически это записывается так: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

Это означает: чтобы найти предел функции, нужно в функцию вместо *x* подставить то значение, к которому стремится *x*.

Теоремы о пределах.

Теорема 1. (о единственности предела функции). Функция не может иметь более одного предела.

Теорема 2. Если функции f(x) и g(x) имеют пределы в точке x_0, то:

1) предел алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме пределов слагаемых, т.е.

$$\lim_{x\to x_0}\left[f(x)\pm g(x)\right]=\lim_{x\to x_0}f(x)\pm\lim_{x\to x_0}g(x);$$

2) предел произведения функций равен произведению пределов сомножителей, *т.е.*

$$\lim_{x\to x_0}\left[f(x)\bullet g(x)\right]=\lim_{x\to x_0}f(x)\bullet\lim_{x\to x_0}g(x);$$

*3)*предел частного двух функций равен частному от деления предела делимого на предел делителя, если предел делителя не равен нулю, *т.е.*

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to x_0}f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0}g(x)}\ \left(\lim_{x\to x_0}g(x)\neq 0\right).$$

Следствие 1. Предел постоянной равен самой постоянной, т.е. $\lim\limits_{x\to x_0}C=C.$

Следствие 2. Постоянный множитель можно выносить за знак предела*, т.е.* $\lim\limits_{x\to x_0}kf(x)=k\lim\limits_{x\to x_0}f(x).$

3.Понятие о производной функции.

Пусть функция y =f(x) определена в некоторой точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx такое, чтобы не выйти из указанной окрестности.

Определение. Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю, называется производной в точке x.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(x)$$

f $^{/}$(x) – (эф штрих от x) – обозначение производной.

f $^{/}$(x) - это новая функция, связанная с функцией y=f(x)

Эту функцию называют так: производная функции y =f(x)

Если функция y =f(x) имеет производную в точки x, то ее называют дифференцируемой в точке x.

Процесс нахождения производной функции y =f(x) называют дифференцированием функции y =f(x).

4.Правила дифференцирования функций.

$(c \cdot f(x))' = c \cdot f(x), \tilde{n} - const$

$(f(x) \pm g(x)' = f'(x) \pm g'(x)$

$(f(x) \pm g(x)' = f'(x) \pm g'(x)$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

5.Таблица производных основных элементарных функций.

1. $c' = 0$ – производная постоянной величины равна нулю.
2. $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$, где p-любое число.
3. $(x^2)' = 2x$
4. $(x)' = 1$
5. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
6. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
7. $(e^x)' = e^x$
8. $(a^x)' = a^x \cdot \ell na$
9. $(\ell nx)' = \frac{1}{x}, x > 0$
10. $(\ell og_a x)' = \frac{1}{x\ell na}, x > 0$
11. $(Sinx)' = Cosx$
12. $(Cosx)' = -Sinx$
13. $(tgx)' = \frac{1}{Cos^2 x}$
14. $(ctgx)' = \frac{-1}{Sin^2 x}$
15. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
16. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
17. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$

18. $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Примеры.(на повторение)

Используя основные формулы интегрирования найдите производные следующих функций:

$(x^{20})' = 20x^{19}$; $(5)' = 0$;

$(x^{14})' = 14x^{13;}$

$(x^{-6})' = -6x^{-6-1} = -6x^{-7}$;

$(x^{\frac{1}{6}})' = \frac{1}{6}x^{\frac{1}{6}-1} = \frac{1}{6}x^{\frac{-5}{6}}$;

$\left(\frac{1}{x^4}\right)' = (x^{-4})' = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5}$

$(\sqrt[4]{x^3})' = (x^{\frac{3}{4}})' = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4x^{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$;

$\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\right)' = \left(\frac{1}{x^{\frac{3}{4}}}\right)' = \left(x^{-\frac{3}{4}}\right)' = -\frac{3}{4}x^{-1\frac{3}{4}} = -\frac{3}{4x\sqrt[4]{x^3}}$.

$\left(\frac{6}{x^2}\right)' = (6x^{-2})' = 6\cdot(-2x^{-3}) = -12x^{-3} = \frac{-12}{x^3}$

$\left(4\sqrt{x}\right)' = 4\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$

$(4^x)' = 4^x\ln 4 = 2\ln 2\cdot 4^x$.

Применение правил дифференцирования при вычислении производной.

1) $(c\cdot f(x))' = c\cdot f(x), \tilde{n} - const$	$(6x^3)' = 6(x^3)' = 6\cdot 3x^2 = 18x^2$ $\left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3}\cdot 3x^2 = x^2$
2) $(f(x)\pm g(x)' = f'(x)\pm g'(x)$	$(x^5 + Sinx - 7)' = 5x^4 + Cosx - 0 = 5x^4 + Cosx$
3)	$(x^7 Sinx)' = (x^7)'Sinx + x^7(Sinx)' = 7x^6 Sinx + x^7 Cosx$

$(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)\cdot g'(x)$	
4) $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$	$\left(\dfrac{Sinx}{x}\right)' = \dfrac{(Sinx)'\cdot x - Sinx\cdot(x)'}{x^2} = \dfrac{Cosx\cdot x - Sinx\cdot 1}{x^2} = \dfrac{xCosx - Sinx}{x^2}$

Пример. 1. Найти производную функции $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x$.

Решение. Применяя основные правила дифференцирования, имеем:

$$y' = \left(\frac{1}{5}x^5\right)' - \left(\frac{2}{3}x^3\right)' + (x)' = \frac{1}{5}(x^5)' - \frac{2}{3}(x^3)' + (x)'$$

$$= \frac{1}{5}\cdot 5x^4 - \frac{2}{3}\cdot 3x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2.$$

2. $f(x) = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x^2}$.

$$f'(x) = \left(2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}}\right)' = 2\left(x^{\frac{1}{2}}\right)' - 3\left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = 2\cdot\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 3\cdot\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

3. $y = \dfrac{3}{x^5} + \dfrac{4}{x^7} - \dfrac{5}{x}$;

$$y' = \left(\frac{3}{x^5} + \frac{4}{x^7} - \frac{5}{x}\right)' = 3\left(\frac{1}{x^5}\right)' + 4\left(\frac{1}{x^7}\right)' - 5\left(\frac{1}{x}\right)' = 3\left(x^{-5}\right)' + 4\left(x^{-7}\right)' - 5\left(x^{-1}\right)' = 3(-5)x^{-5-1} +$$

$$+ 4(-7)x^{-7-1} - 5(-1)x^{-1-1} = -15x^{-6} - 28x^{-8} + 5x^{-2} = -15\cdot\frac{1}{x^6} -$$

$$-28\cdot\frac{1}{x^8} + 5\frac{1}{x^2} = -\frac{15}{x^6} - \frac{28}{x^8} + \frac{5}{x^2}$$; 5.

4. $y = 2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x^5} + \dfrac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{3}{4\sqrt[5]{x^3}}$;

$$y' = \left(2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x^5} + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{4\sqrt[5]{x^3}}\right) = 2\left(\sqrt{x}\right)' - -4\left(\sqrt[4]{x^5}\right)' + 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)' - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}\right)' = 2\left(x^{\frac{1}{2}}\right)' -$$

$$-4\left(x^{\frac{5}{4}}\right)' + 2\left(x^{\frac{-2}{3}}\right)' - \frac{3}{4}\left(x^{-\frac{3}{5}}\right)' = 2\cdot\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} - 4\cdot\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}-1} + 2\left(-\frac{2}{3}\right)x^{-\frac{2}{3}-1} -$$

$$-\frac{3}{4}\left(-\frac{3}{5}\right)x^{-\frac{3}{5}-1} = x^{-\frac{1}{2}} - 5x^{\frac{1}{4}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}} + \frac{9}{20}x^{-\frac{8}{5}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} - 5\sqrt[4]{x} - \frac{4}{3}\frac{1}{x^{\frac{5}{3}}} +$$

$$+\frac{9}{20}\frac{1}{x^{\frac{8}{5}}}=\frac{1}{\sqrt{x}}-5\sqrt[4]{x}-\frac{4}{3\sqrt[3]{x^5}}+\frac{9}{20\sqrt[5]{x^8}}=\frac{1}{\sqrt{x}}-5\sqrt[4]{x}-\frac{4}{3x\sqrt[3]{x^2}}+\frac{9}{20x\cdot\sqrt[5]{x^3}};$$

5. y =3cosx - 6arcsinx – 2arcctgx $y'=$ - 3sinx – 6 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ + $\frac{2}{1+x^2}$

6. $y=x^3\left(\cdot\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}+3\right);$

$$y'=\left(x^3\left(\cdot\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}+3\right)\right)'=\left(x^3\left(x^{\frac{2}{3}}+2\cdot x^{\frac{1}{2}}+3\right)\right)'=$$

$$=\left(x^{3+\frac{2}{3}}+2\cdot x^{3+\frac{1}{2}}+3\cdot x^3\right)'=\left(x^{\frac{11}{3}}+2x^{\frac{7}{2}}+3x^3\right)'=\left(x^{\frac{11}{3}}\right)'+2\left(x^{\frac{7}{2}}\right)'+3(x^3)'=$$

$$=\frac{11}{3}x^{\frac{11}{3}-1}+2\cdot\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}-1}+3\cdot 3x^{3-1}=\frac{11}{3}x^{\frac{8}{3}}+7x^{\frac{5}{2}}+9x^2=\frac{11}{3}\sqrt[3]{x^8}+7\sqrt{x^5}+9x^2=$$

$$=\frac{11}{3}\sqrt[3]{x^6\cdot x^2}+7\sqrt{x^4\cdot x}+9x^2=\frac{11}{3}x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}+7x^2\cdot\sqrt{x}+9x^2$$

7. $y = (3x^5 - 2x^3)(4x^2 + 6x^4)$,

$y' = (3x^5 - 2x^3)'(4x^2 + 6x^4) + (3x^5 - 2x^3)(4x^2 + 6x^4)' = (15x^4 - 6x^2)(4x^2 + 6x^4) +$
$+ (3x^5 - 2x^3)(8x + 24x^3) = 60x^6 + 90x^8 - 24x^4 - 36x^6 + 24x^6 + 72x^8 - 16x^4 - 48x^6 = =138x^8 - 40x^4$

8. $y=\frac{2x^4+8x^5}{3x^2-7x}$

$$y'=\frac{(2x^4+8x^5)'(3x^2-7x)-(3x^2-7x)'(2x^4+8x^5)}{(3x^2-7x)^2}=$$

$$=\frac{24x^5-56x^4+120x^6-280x^5-12x^5-48x^6+14x^4+56x^5}{(3x^2-7x)^2}=\frac{72x^6-212x^5-42x^4}{(3x^2-7x)^2}$$

9. $y=\frac{2x^3}{x^2-4};$

$$y'=\left(\frac{2x^3}{x^2-4}\right)'=2\left(\frac{x^3}{x^2-4}\right)'=2\frac{\left(x^3\right)'\left(x^2-4\right)-x^3\left(x^2-4\right)'}{\left(x^2-4\right)^2}=2\frac{3x^2\left(x^2-4\right)-x^3\cdot 2x}{\left(x^2-4\right)^2}=$$

$$=2\frac{3x^4-12x^2-2x^4}{\left(x^2-4\right)^2}=2\frac{x^4-12x^2}{\left(x^2-4\right)^2}=\frac{2x^2\left(x^2-12\right)}{\left(x^2-4\right)^2};$$

10. $y=5\cdot e^x\cdot\sin x$.

$$y'=\left(5\cdot e^x\cdot\sin x\right)'=5\left(e^x\cdot\sin x\right)'=5\left(\left(e^x\right)'\sin x+e^x\left(\sin x\right)'\right)=5\left(e^x\sin x+e^x\cos x\right)=$$

$$=5e^x\left(\sin x+\cos x\right).$$

6.Определение сложной функции. Таблица производных сложных функций.

Сложная функция – это функция от функции: u=f(g(x))

Производная сложной функции u=f(g(x)) находится по формуле:

$(f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

Правило дифференцирования сложной функции:

Производная сложной функции равна произведению производной функции, ее составляющих.

	Формулы	Примеры
	$(u^n)'=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$	$((x^6-3x+2)^4)'=4(x^6-3x+2)^3\cdot(x^6-3x+2)'=4(x^6-3x+2)^3(6x^5-3)$
	$(u^2)'=2u\cdot u'$	$(Sin^2x)'=2Sinx\cdot(Sinx)'=2Sinx\cdot Cosx=Sin2x$
	$\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{1}{u^2}\cdot u'$	$\left(\frac{1}{x^3+5x}\right)'=-\frac{1}{(x^3+5x)^2}\cdot(x^3+5x)'=-\frac{3x^2+5}{(x^3+5x)^2}$
	$\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{u}}\cdot u'$	$\left(\sqrt{7-5x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{7-5x}}\cdot(7-5x)'=\frac{-5}{2\sqrt{7-5x}}$
	$(Sinu)'=Cosu\cdot u'$	$\left(Sin\left(7x-\frac{\Pi}{12}\right)\right)'=Cos\left(7x-\frac{\Pi}{12}\right)\cdot\left(7x-\frac{\Pi}{12}\right)'=Cos\left(7x-\frac{\Pi}{12}\right)\cdot 7=7Cos\left(7x-\frac{\Pi}{12}\right.$
	$(Cosu)'=-Sinu\cdot u'$	$\left(Cos\left(\frac{\Pi}{4}-5x\right)\right)'=-Sin\left(\frac{\Pi}{4}-5x\right)\cdot\left(\frac{\Pi}{4}-5x\right)'=-Sin\left(\frac{\Pi}{4}-5x\right)\cdot(-5)=5Sin\left(\frac{\Pi}{4}-5x\right.$

	$(tgu)' = \frac{1}{Cos^2 u}\cdot u'$	$\left(tg(1-x)\right)' = \frac{1}{Cos^2(1-x)}\cdot(1-x)' = \frac{1}{Cos^2(1-x)}\cdot(-1) = -\frac{1}{Cos^2(1-x)}$
	$(ctgu)' = -\frac{1}{Sin^2 u}\cdot u'$	$\left(ctg\frac{x}{3}\right)' = -\frac{1}{Sin^2\frac{x}{3}}\cdot\left(\frac{x}{3}\right)' = -\frac{1}{Sin^2\frac{x}{3}}\cdot\frac{1}{3} = -\frac{1}{3Sin^2\frac{x}{3}}$
	$(e^u)' = e^u\cdot u'$	$\left(e^{-x}\right)' = e^{-x}\cdot(-x)' = e^{-x}\cdot(-1) = -e^{-x}$
0	$(a^u)' = u^4\ell na\cdot u'$	$(3^{5-7x})' = 3^{5-7x}\cdot\ell n3\cdot(5-7x)' = 3^{5-7x}\cdot\ell n3\cdot(-7) = -7\ell n3\cdot 3^{5-7x}$
1	$(\ell nu)' = \frac{1}{u}\cdot u'$	$\left(\ell n(6-5x)\right)' = \frac{1}{6-5x}\cdot(6-5x)' = \frac{1}{6-5x}\cdot(-5) = \frac{-5}{6-5x}$
2	$(\ell og_a u)' = \frac{1}{u\ell na}\cdot u'$	$(\ell gx^2)' = \frac{1}{x^2\ell n10}\cdot(x^2)' = \frac{2x}{x^2\ell n10} = \frac{2}{x\ell n10}$

<u>Пример 1.</u> Найти производную функции y = a^{x^2}

$$(a^{x^2})' = a^{x^2}\cdot\ln a\cdot(x^2)' = a^{x^2}\cdot\ln a\cdot 2x = 2\ln a\cdot x\cdot a^{x^2}.$$

<u>Пример 2.</u> Найти производную функции $y = e^{\sin^2 x}$

$$(e^{\sin^2 x})' = e^{\sin^2 x}\cdot(\sin^2 x)' = e^{\sin^2 x}\cdot 2\sin x\cdot\cos x = e^{\sin^2 x}\sin 2x.$$

<u>Пример 3.</u> Найти производную функции y = $(5x^7 + 6x)^5$

y ' = $\left(\left(5x^7+6x\right)^5\right)'\left(5x^7+6x\right)'$ = 5 ($5x^7$ + 6x) ^{4} ($35x^6$ +6)

<u>Пример 4.</u> Найти производную функции y = $\sqrt{3x^2+8x-1}$

y ' = $\left(\sqrt{3x^2+8x-1}\right)'\cdot\left(3x^2+8x-1\right)' = \frac{1}{2\sqrt{3x^2+8x-1}}$ (6x+8) = $\frac{6x+8}{2\sqrt{3x^2+8x-1}}$ =

$\frac{3x+4}{\sqrt{3x^2+8x-1}}$

<u>Пример 5.</u> Найти производную функции y = sin (5x-9)

y ' = $\left(\sin(5x-9)\right)'(5x-9)'$=cos (5x-9) 5= 5cos (5x-9)

<u>Пример 6.</u> Найти производную функции y = arcctg ($7x^3$ + 13x)

y ' = $\left(arcctg(7x^3+13x)\right)'\left(7x^3+13x\right)'$ = - $\frac{1}{1+(7\tilde{o}^3+13\tilde{o})^2}(21x^2+13)$ = - $\frac{21x^2+13}{1+(7x^3+13x)^2}$

Пример 7. Найти производную функции $y = \cos^4 x$

$y' = 4\cos^3 x\,(\cos x)' = 4\cos^3 x\,(-\sin x) = -4\cos^3 x\,\sin x$

Пример 8. Найти производную функции $y = \mathrm{tg}^5(\sqrt{x^2+6x-8})$

$$y' = 5\,\mathrm{tg}^4(\sqrt{x^2+6x-8})\left(tg\sqrt{x^2+6x-8}\right)'(\sqrt{õ^2+6õ-8})'\left(x^2+6x-8\right)' =$$

$$= 5\,\mathrm{tg}^4(\sqrt{x^2+6x-8})\cdot\frac{1}{\cos^2\sqrt{x^2+6x-8}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2+6x-8}}(x^2+6x-8)' =$$

$$= 5\,\mathrm{tg}^4(\sqrt{x^2+6x-8})\frac{1}{\cos^2\sqrt{x^2+6x-8}}\frac{1}{2\sqrt{x^2+6x-8}}(2x+6) = \quad = 5\,\mathrm{tg}^4($$

$$\sqrt{x^2+6x-8})\frac{1}{\cos^2\sqrt{x^2+6x-8}}\frac{1}{2\sqrt{x^2+6x-8}}2(x+3) = \frac{(x+3)\cdot 5tg^4(\sqrt{x^2+6x-8})}{\sqrt{x^2+6x-8}\cdot ños^2\sqrt{x^2+6x-8}}$$

Пример 9. Найти производную функции $y = \ln\sin\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}$

$$y' = \left(\ln\sin\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}\right)'\left(\sin\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}\right)'\left(\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}\right)'\left(x^3+5x^2-7x+4\right)' =$$

$$= \frac{1}{\sin\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}}\cdot\cos\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^3+5x^2-7x+4}}\cdot\left(3x^2+10x-7\right)$$

Пример 10. Найти производную функции

$$y' = (\sin(3x-5))'$$

$$y' = (\sin(3x-5))' = \cos(3x-5)\cdot(3x-5)' = \cos(3x-5)\cdot(3-0) =$$
$$= 3\cos(3x-5)$$

Пример 11. Найти производную функции $y = (2x+1)^5$

$$y' = ((2x+1)^5)' = 5\cdot(2x+1)^4\cdot(2x+1)' =$$
$$= 5\cdot(2x+1)^4\cdot(2+0) = 10\cdot(2x+1)^4$$

Пример 12. Найти производную функции $y = arctg\sqrt{x}$

$$y' = (arctg\sqrt{x})' = \frac{1}{1+(\sqrt{x})^2}\cdot(\sqrt{x})' = \frac{1}{1+x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

Пример 13. Найти производную функции $y=\sqrt{arctgx}$

$$y'=(\sqrt{arctgx})'=\frac{1}{2\sqrt{arctgx}}\cdot(arctgx)'=\frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{arctgx}}$$

Пример 14. Найти производную функции $y=\sqrt[3]{x^2+tgx+15}$

$$y'=(\sqrt[3]{x^2+tgx+15})'=\left(\left(x^2+tgx+15\right)^{\frac{1}{3}}\right)'=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\left(x^2+tgx+15\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^2+tgx+15)'=$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot((x^2)'+(tgx)'+(15)')=$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot\left(2x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

Пример 15. Найти производную функции $y=7^{\arcsin^2 x}$

$$y'=(7^{\arcsin^2 x})'=7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot(\arcsin^2 x)'=$$

$$=7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot 2\arcsin^1 x\cdot(\arcsin x)'=$$

$$=7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot 2\arcsin x\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\frac{2\ln 7\cdot 7^{\arcsin^2 x}\cdot\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Пример 16. Найти производную функции $y=-2xe^{3x}+(x^2-4x+3)\sin 7x$

$$y'=(-2xe^{3x}+(x^2-4x+3)\sin 7x)'=-2(xe^{3x})'+((x^2-4x+3)\sin 7x)'=$$

$$=-2((x)'e^{3x}+x(e^{3x})')+(x^2-4x+3)'\sin 7x+(x^2-4x+3)(\sin 7x)'=$$

$$=-2(1\cdot e^{3x}+x\cdot e^{3x}\cdot(3x)')+(2x-4+0)\sin 7x+(x^2-4x+3)\cos 7x\cdot(7x)'=$$

$$=-2(e^{3x}+3xe^{3x})+(2x-4)\sin 7x+7(x^2-4x+3)\cos 7x$$

Пример17.Найти производную функции $y=\mathrm{arctg}(x+\sqrt{x^2+1})$.

$$y'=\frac{1}{1+(x+\sqrt{x^2+1})^2}\cdot\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)==\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{(2x^2+2x\sqrt{x^2+1}+2)\cdot\sqrt{x^2+1}}=\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{2(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+x)}=\frac{1}{2(x^2+1)}.$$

Контрольные вопросы:

1. Сформулировать определение предела функции.
2. Записать теоремы о пределах.
3. Сформулировать определение производной.
4. Что такое дифференцирование?
5. Записать таблицу производных .

6. Сформулировать правила дифференцирования.
7. Записать формулу производной суммы.
8. Записать формулу производной произведения.
9. Записать формулу производной частного.
10. Какая функция называется сложной?
11. Как найти производную сложной функции?
12. Записать таблицу производных сложных функций.

Литература.

1. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа. Часть 1. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 2006.

2. Богомолов М.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа, 1993.