

## УВАЖАЕМЫЕ СТУДЕНТЫ!

### ВАМ НЕОБХОДИМО ВЫПОЛНИТЬ СЛЕДУЮЩЕЕ:

1. Ознакомиться с теорией и выполнить задание ответить на вопросы.
2. Предоставит отчет конспекта лекции прислать в виде скриншота в течении трех дней.
3. Отправить преподавателю на почту [v.vika2014@mail.ru](mailto:v.vika2014@mail.ru) и указать свою Ф.И.О, группу, и название дисциплины тел 072-17-44-9-22

### Практическое занятие № 1

Тема: «Составление программы для машины Тьюринга»

Цель:

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

**Алфавитом** будем называть любое конечное множество попарно различных знаков, называемых **буквами** (символами) этого алфавита. Алфавит будем обозначать заглавными буквами, например:

$$A = \{a, b, \dots, я\}; B = \{0, 1\}; C = \{\Delta, +, !, 0\}.$$

Символом  $\lambda$  будем обозначать пустой символ.

**Словом** в данном алфавите называется любая конечная (в том числе и пустая) последовательность букв этого алфавита. Слова будем обозначать малыми греческими буквами.

Например:  $\alpha$  = алгоритм – слово в алфавите  $A$ ;  $\beta = 1010100$  – слово в алфавите  $B$ ;  $\gamma = +0\Delta$  – слово в алфавите  $C$ .

Пустое слово будем обозначать  $\Lambda$ .

**Длина** слова  $\alpha$  (обозначается  $|\alpha|$ ) – это количество букв в слове.

Определим некоторые отношения и операции над словами.

**Равенство слов** алфавита  $A$  определяется индуктивно:

а) пустые слова равны

б) если слово  $\alpha$  равно слову  $\beta$ , то  $\alpha b = \beta b$ , где  $b$  – буква в алфавите  $A$ .

Если слово  $\alpha$  является частью слова  $\beta$ , то говорят, что имеет место **вхождение** слова  $\alpha$  в слово  $\beta$  (слово  $\alpha$  называется подсловом слова  $\beta$ ). Это можно записать следующим образом:  $\exists \gamma, \delta : \gamma \alpha \delta = \beta$ , где  $\gamma, \delta$  – слова в алфавите  $A$ .

Слово  $\alpha$  называется **началом слова**  $\beta$ , если  $\exists \gamma : \alpha \gamma = \beta$ ; **концом** слова  $\beta$ , если  $\exists \gamma : \gamma \alpha = \beta$ . Слово длины  $n$ , составленное из буквы  $a$ , повторенной  $n$  раз, будем обозначать  $a^n$ , например  $xuxxxuuuu = xux^3u^4$ .

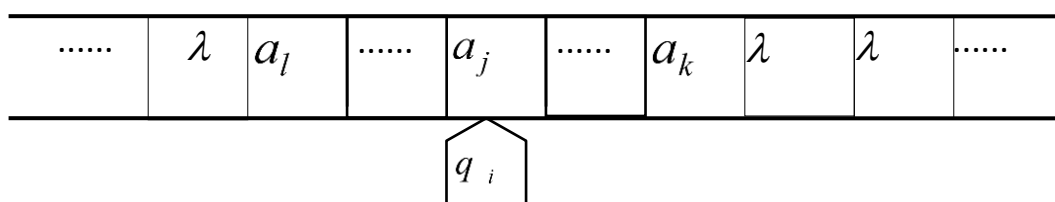
Операция (и результат) приписывания слов  $\alpha$  и  $\beta$  друг к другу называется **конкатенацией** (обозначается  $\alpha // \beta$ ). Например, если  $\alpha = aabbcc$   $\parallel \beta = abc \Rightarrow \alpha // \beta = aabbccabc$ .

### Определение машины Тьюринга (МТ)

Под машиной Тьюринга понимается некоторая гипотетическая (абстрактная) машина, состоящая из следующих частей:

1) бесконечной в обе стороны ленты, разбитой на ячейки, в каждой из ячеек может быть записан только один символ из алфавита  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , а также пустой символ  $\lambda$ ;

2) рабочей головки или управляющего устройства (УУ), которое в каждый момент времени может находиться в одном из состояний множества  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ . В каждом из состояний головка размещается напротив ячейки и может считывать (обозревать) или записывать в нее букву из алфавита  $A$ .



## Машина Тьюринга

Функционирование МТ состоит из последовательности элементарных шагов (тактов). На каждом шаге выполняются следующие действия:

- 1) управляющее устройство считывает (обозревает) символ  $a_j$ ;
- 2) в зависимости от своего состояния  $q_i$  и обозреваемого символа  $a_j$  УУ вырабатывает символ  $a'_j \in A$  и записывает его в обозреваемую ячейку (возможно  $a'_j = a_j$ );
- 3) головка перемещается на одну ячейку вправо ( $R$ ), влево ( $L$ ) или остается на месте ( $E$ );
- 4) головка переходит в другое внутреннее состояние  $q'_i$  (возможно  $q'_i = q_i$ ).

Состояние  $q_1$  называется начальным,  $q_Z$  — заключительным. При переходе в заключительное состояние машина останавливается.

Полное состояние МТ называется конфигурацией. Это распределение букв по ячейкам ленты, состояние рабочей головки и обозреваемая ячейка. Конфигурация в такте  $t$  записывается в виде:  $K_t = \alpha q_i a_j \beta$ , где  $\alpha$  — подслово слева от обозреваемой ячейки,  $a_j$  — буква в обозреваемой ячейке,  $\beta$  — подслово справа. Начальная конфигурация  $K_1 = q_1 \alpha$  и конечная  $K_Z = q_Z \alpha$  называются стандартными.

Для описания работы МТ существует 3 способа:

- 1) система команд вида  $q_i a_j \rightarrow q'_i a'_j s$ ,  $s \in \{R, L, E\}$ ;
- 2) функциональная таблица;
- 3) граф (диаграмма) переходов.

С помощью МТ можно описывать выполнение арифметических операций над числами. При этом числа представляются на ленте, как слова в алфавите, состоящем из цифр какой-нибудь системы счисления, и

разделяющихся специальным знаком, не входящем данный алфавит, например, "\*" .

Наиболее употребительной является унарная система, состоящая из одного символа – /. Число  $X$  в унарной системе счисления на ленте записывается словом  $\underbrace{///// \dots /////}_x$ , (сокращенно  $/^x$ ) в алфавите  $A = \{/\}$ .

*Пример 1.* Операция сложения двух чисел в унарном коде.

Начальная конфигурация:  $q_1 /^a * /^b$ . Конечная конфигурация:  $q_z /^a /^b$ , т.е. сложение фактически сводится к приписыванию числа  $b$  к числу  $a$ . Для этого первый символ / стирается, а \* заменяется на /.

Система команд при  $A = \{/, \lambda, * \}$  и  $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_z\}$ .

1.  $q_1 / \rightarrow q_2 \lambda R$
2.  $q_1 * \rightarrow q_z \lambda R$
3.  $q_2 / \rightarrow q_2 / R$
4.  $q_2 * \rightarrow q_3 / L$
5.  $q_3 / \rightarrow q_3 / L$
6.  $q_3 \lambda \rightarrow q_z \lambda R$

Комментарий к системе команд

1.  $q_1 / \rightarrow q_2 \lambda R$  – стирание первого символа /.

Если в обозреваемой ячейке записан символ / и МТ находится в состоянии  $q_1$ , тогда состояние изменяется на  $q_2$ , обозреваемый символ заменяется на пустой, УУ сдвигается вправо.

2.  $q_1 * \rightarrow q_z \lambda R$  – стирание символа \*, первый аргумент равняется 0.

Если в обозреваемой ячейке записан символ \* и МТ в состоянии  $q_1$  (первый аргумент равняется 0), тогда состояние изменяется на  $q_z$ , обозреваемый символ заменяется на пустой, УУ сдвигается вправо.

3.  $q_2 / \rightarrow q_2 / R$  – сдвиг вправо.

Если в обозреваемой ячейке записан символ, записан символ/ и МТ находится в состоянии  $q_2$ , тогда состояние и обозреваемый символ не изменяются, УУ сдвигается вправо.

4.  $q_2 * \rightarrow q_3 / L$  – стирание символа  $*$ .

Если в обозреваемой ячейке записан символ  $*$  и МТ находится в состоянии  $q_2$ , тогда состояние изменяется на  $q_3$ , и обозреваемый символ заменяется на  $/$ , УУ сдвигается влево (конец первого аргумента).

5.  $q_3 / \rightarrow q_3 / L$  – сдвиг влево.

Если в обозреваемой ячейке записан символ  $/$  и МТ находится в состоянии  $q_3$ , тогда состояние и обозреваемый символ не изменяются, УУ сдвигается влево.

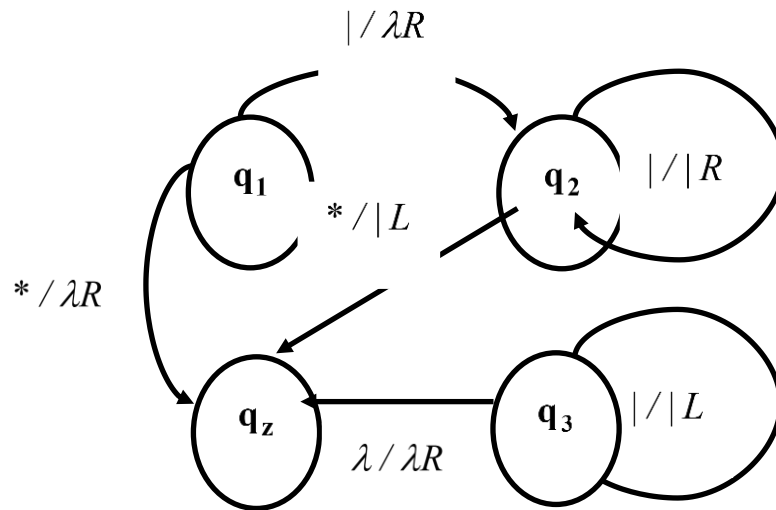
6.  $q_3 \lambda \rightarrow q_z \lambda R$  –

Если в обозреваемой ячейке записан символ  $\lambda$  и МТ находится в состоянии  $q_3$ , тогда состояние изменяется на  $q_z$ , обозреваемый символ не изменяется, УУ сдвигается вправо (конец алгоритма, УУ расположено в начале рабочей зоны).

Описание МТ в виде функциональной таблицы:

$q_i \backslash a_j$		*	$\lambda$
$q_1$	$q_2 \lambda R$	$q_z \lambda R$	-
$q_2$	$q_2   R$	$q_3   L$	-
$q_3$	$q_3   L$	-	$q_z \lambda R$

Описание МТ в виде диаграммы переходов



Вычисление на МТ словарной функции  $f$  будем понимать следующим образом. Пусть в начальной конфигурации на ленте записано слово  $\alpha$ . Если значение  $f(\alpha)$  определено, то конечного числа шагов (тактов) машина должна перейти в заключительную конфигурацию, в которой на ленте записано слово  $\beta = f(\alpha)$ . В противном случае МТ должна работать бесконечно.

Числовая функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  **правильно вычислима** (или просто вычислима) **по Тьюрингу**, если существует МТ, которая переводит конфигурацию  $q_1 I^{x_1} * I^{x_2} * \dots * I^{x_n}$  в конфигурацию  $q_z I^y$ , когда  $f(x_1, \dots, x_n) = y$ , или работает бесконечно, когда  $f(x_1, \dots, x_n)$  не определена.

### Задание к практической работе:

1. Изучите теоретические сведения к практической работе.
2. С помощью эмулятора машины Поста, решите задачи представленные ниже.
3. Оформите отчет, включив в него: код программы, блок схему алгоритма, выводы, ответы на контрольные вопросы.

### Задание к выполнению:

1. Реализовать алгоритм в алфавите  $A = \{0, 1\}$ , меняющий местами первую и последнюю буквы слова.
2. Реализовать алгоритм над алфавитом  $A = \{0, 1\}$ , меняющий местами

первый ноль и последнюю единицу.

3. Реализовать операцию копирования в алфавите  $\{0,1\}$ , то есть получить из слова  $\alpha$  слово  $\alpha * \alpha$ .

4. Реализовать алгоритм над алфавитом  $A = \{0,1\}$ , который выдает единицу, если в исходном слове только парные нули и ноль в противном случае.

5. Реализовать алгоритм в алфавите  $A = \{0,1\}$ , который переставляет буквы в слове  $\alpha$  так, чтобы сначала шли все нули, потом – единицы.

### **Контрольные вопросы:**

1. Какие действия допустимы для каретки в машине Тьюринга?
2. Объясните порядок работы машины Тьюринга.
3. Что представляет собой таблица машины Тьюринга?
4. Напишите команду «Записать метку», «Снять метку» в эмуляторе.
5. Как остановить программу в эмуляторе?