**Уважаемые студенты!**

**Задание:**

1. Повторите теорию по данной теме;.
2. Напишите конспект (кратко);
3. Фотоотчет работы предоставить на электронную почту hvastov@rambler.ru, при возникновении вопросов обращаться по телефону 0721098278 (WatsApp).

**Практическое занятие**

**Тема: Тела вращения. Сечения тел вращения.**

**Цели:**

- формировать навыки решения задач на нахождение элементов цилиндра, конуса, усеченного конуса; площади поверхностей цилиндра, конуса, усеченного конуса; сечений тел вращения.
- закрепить знания, умения учащихся по изучаемой теме;
- развивать самостоятельность учащихся в работе над задачами.

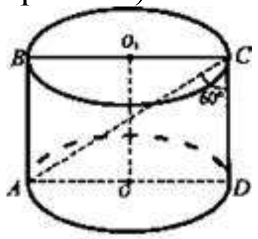
Используемый дополнительный материал: задачи на готовых чертежах.

## I. Актуализация знаний учащихся

**Устная работа.**

1. Укажите среди окружающих вас предметов объекты, имеющие цилиндрическую и коническую форму.
2. Дайте определение цилиндра и его основных элементов; конуса и его основных элементов; усеченного конуса и его основных элементов.
3. Что такое осевое сечение цилиндра, конуса, усеченного конуса? Каков его вид?
4. Может ли осевое сечение быть: а) прямоугольником; б) квадратом; в) трапецией? Почему?
5. Цилиндр катится по плоскости. Какая фигура получается при движении его оси?

## 2.Проверка домашнего задания (три студента работали у доски во время устной работы).




№ 1 (рис. 1). Рис. 1 Решение: 1. ABCD - прямоугольник.

2. ΔACD - прямоугольный

3. $2R = AD = AC \cdot \sin 60° = \frac{48 \cdot \sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$ (см); $R = 12\sqrt{3}$ см.

4. $H = CD = AC \cdot \cos 60° = 48 \cdot \frac{1}{2} = 24$ (см).

5. $S_{осн.} = \pi R^2$; $S_{осн.} = \pi(12\sqrt{3})^2 = 144 \cdot 3\pi = = 432\pi$ (см$^2$).

(Ответ: $H = 24$ см, $R = 12\sqrt{3}$ см, $S_{осн.} = 432\pi$ см$^2$.)

№ 2 (рис. 2).

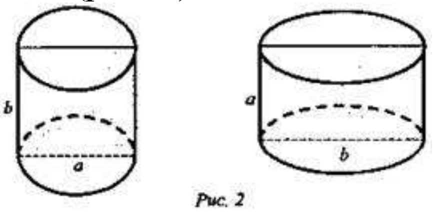


Рис. 2

Решение: Осевые сечения равны, значит, при наложении они совпадут. Но высоты цилиндров не равны: a ≠ b. (Ответ: нет.)

№ 3 (рис. 3).

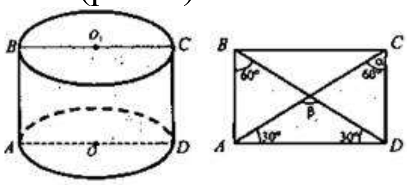


Рис. 3

Решение:

1. $S_{осн.} = \pi R^2, S_{сеч.} = H \cdot 2R.$

2. $\dfrac{S_{осн.}}{S_{сеч.}} = \dfrac{\sqrt{3}\pi}{4}; \ \dfrac{\sqrt{3}\pi}{4} = \dfrac{\pi R^2}{H \cdot 2R}; \ \dfrac{R}{H} = \dfrac{\sqrt{3}}{2};$

3. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{2R}{H}; \ \dfrac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}, \alpha = 60.$

4. $\angle CAD = 30°, \angle BDA = 30°, \angle ATD = 120°, \angle ATB = 60°.$

(Ответ: а) 30°; б) 60°.)

## 3.Решение задач по готовым чертежам

Задачи даются по нарастающей сложности:

1. Дано: Конус, ∠ABC = 120°, AB = 6 (рис. 3).

Найти: R, H.

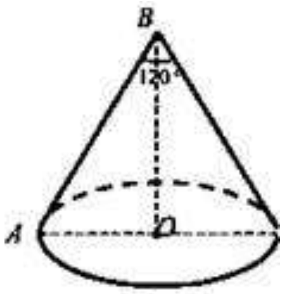


Рис. 3

Решение:

1) ΔABC - равнобедренный, угол при основании ∠A = ∠C = 30°.

2) Из ΔABO H = BO = 3. $R = AO = 3AB \cdot \cos 30° = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$

(Ответ: H = 3, R = 3√3.)

2. Дано: Конус. ΔABC - равносторонний, AB = 12, R = 10 (рис. 4).

Найти: OK, H.

Решение:

1) Из ΔBOC по теореме Пифагора $H = OB = \sqrt{BC^2 - OC^2}$. $H = \sqrt{12^2 - 10^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.
2) ΔABC - равносторонний, AC = 12, CK = 6. Из ΔCOK по теореме Пифагора ОК2 = ОС2 - СК2, $OK = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

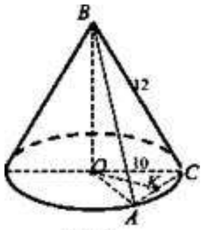


Рис. 4

(Ответ: H = 2√11, OK = 8.)

3.Высота конуса равна h. Через образующие MA и MB проведена плоскость, составляющая угол α с плоскостью основания. Хорда AB стягивает дугу с градусной мерой β (рис. 5).
1) Докажите, что сечение конуса плоскостью MAB - равнобедренный треугольник;
2) Объясните, как построить линейный угол двугранного угла, образованного секущей плоскостью и плоскостью основания;
3) Найдите MC;
4) Составьте (и объясните) план вычисления длины хорды AB;
5) Составьте план вычисления площади сечения MAB;
6) Покажите на рисунке, как можно провести перпендикуляр из точки O к плоскости сечения MAB (обоснуйте построение).

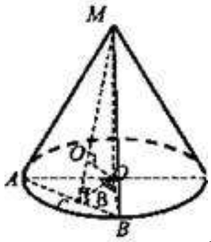


Рис. 5

Решение: 1) Образующие конуса равны. Следовательно, стороны ΔMAB MA = MB, ΔMAB - равнобедренный.
2) ΔAOB - равнобедренный, так как две стороны - радиусы окружности. ΔAMB - равнобедренный, так как две стороны-образующие конуса. Треугольники имеют общее основание. Значит, высоты этих треугольников имеют общую точку - середину основания AB. По определению линейного угла: угол MCO - является линейным углом двугранного угла, образованного секущей плоскостью MAB и плоскостью основания конуса.
3) Из ΔCOM $MC = \dfrac{h}{\sin\alpha}$.
4) Из ΔCOM $OC = \dfrac{h}{\operatorname{tg}\alpha}$. ΔAOB - равнобедренный. OC - высота является медианой и биссектрисой. Из ΔBOC - прямоугольный. $BC = OC \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{h\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}{\operatorname{tg}\alpha}$. $AB = 2BC = \dfrac{2h\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}{\operatorname{tg}\alpha}$.

5) $S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot MC = \frac{h^2 \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha}.$

6) Плоскость COM перпендикулярна плоскости BAM, т.к. одна из плоскостей (COM) проходит через перпендикуляр к другой (BC). Поэтому перпендикуляр OO1 к прямой MC является перпендикуляром к плоскости BAM.

Учащиеся могут объяснять и по-другому: Строим OO1 ⊥ CM, получаем OO1 перпендикулярен двум пересекающимся прямым MC и BC, следовательно, OO1 - перпендикуляр к плоскости BAM. В зависимости от уровня класса в 5) и 6) задании можно рассказать только план решения.

## 4. Решение задач

№ 1 (рис. 9).

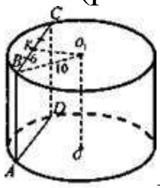


*Рис. 9* Решение: 1. ABCD - квадрат.

2. Так как O1K - расстояние от точки O до ABCD, то O1K ⊥ ABCD, O1K ⊥ BC.

3. AB = BC = 12 см ⇒ BK = 6 см. 4. BO1 = 10 см.

5. ΔBKO1 - прямоугольный, по теореме Пифагора.

$BO_1^2 = BK^2 + KO_1^2$. $KO_1^2 = BO_1^2 - BK^2$,

$KO_1 = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ см. (Ответ: 8 см.)

№ 2 (рис. 10).

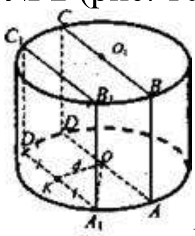


*Рис. 10* Решение: 1. SABCD = S.

2. $S_{A_1B_1C_1D_1} = A_1B_1 \cdot A_1D_1$, $A_1B_1 = AB = \text{h}$, $OA = R = \frac{S}{2h}$.

3. ΔOKA1 - прямоугольный, ∠K = 90°. OA1 =R.

4. $A_1K = \sqrt{R^2 - d^2}$; $2A_1K = \sqrt{R^2 - d^2} = A_1D_1$.

5. $S_{A_1B_1C_1D_1} = 2h\ \sqrt{R^2 - d^2} = 2h\sqrt{\frac{S^2}{4h^2} - d^2} = 2h \cdot \frac{\sqrt{S^2 - 4h^2d^2}}{2h} = \sqrt{S^2 - 4h^2d^2}$.

Ответ: $\sqrt{S^2 - 4h^2d^2}$.)

№ 3(рис. 11).

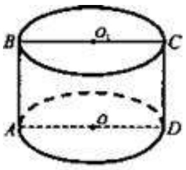



Рис. 11 Решение:

1. Sбок. = 2πRH.
2. d = AD = 1 (м).
3. $H = CD = 2\pi R,\ R = \frac{1}{2}$ (м), $H = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \pi$ (м).
4. $S_{бок.} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi = \pi^2$ (м$^2$). (Ответ: π2 м2.)

## 5. Подведение итогов

- На этом уроке мы отрабатывали навыки решения задач на нахождение элементов цилиндра, конуса, усеченного конуса и совершенствовали полученные знания при решении задач.

**Самостоятельная подготовка:** Выполнение тестовых заданий
Решение задач из домашнего задания.

№ 1 а) (рис. 12).

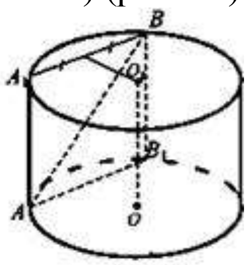



Рис. 12 Решение:

1. Достроим плоскость, содержащую АВ так, чтобы А1ВВ1А || ОО1.
2. АА1ВВ1 - прямоугольник.
3. О1К ⊥ А1В, О1К - расстояние от ОО1 до АА1ВВ1, так
как О1К ⊥ АА1ВВ1, К - середина А1В.
4. r = 10 дм, d = О1К = 8 дм, АВ = 13 дм.
5. $A_1K = \sqrt{r^2 - d^2}, \quad A_1B = 2\sqrt{r^2 - d^2}, \quad A_1B = 2\sqrt{100 - 64} = 2 \cdot \sqrt{36} = 12$ (дм).
6. $AA_1 = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ (дм) (так как ΔАА1В - прямоугольный).

(Ответ: 5 дм.)

№ 2 (рис. 13).

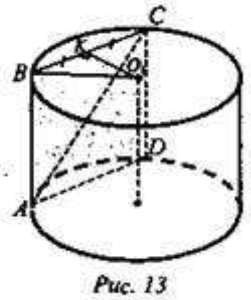



Рис. 13 Решение:

1. ABCD || OO1.
2. O1K- расстояние от OO1 до ABCD. O1K = 9 дм, K-середина BC.
3. SABCD = 240 дм2.
4. 240 = 10 · BC, BC = 24 дм, BK = 12 дм.
5. ΔBKO1 - прямоугольный, $BO_1 = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15(\text{дм}).$
(Ответ: 15 дм.)

№ 3 (рис. 14).

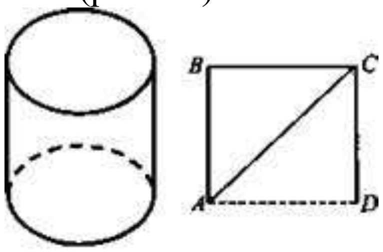



Рис. 14

Решение:

1. Sосн. = πR2.
2. $S_{\text{кв.}} = S_{\text{бок.цил.}} S_{\text{кв}} = AD^2.$
3. $AD = \frac{d}{\sqrt{2}},\ \frac{d}{\sqrt{2}} = 2\pi R,\ R = \frac{d}{2\sqrt{2}\pi}.$
4. $S_{\text{осн.}} = \pi \cdot \frac{d^2}{8\pi^2} = \frac{d^2}{8\pi}.$

(Ответ: $\frac{d^2}{8\pi}$.)

№ 4 (рис. 15).

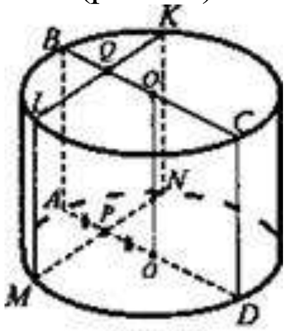



Рис. 15

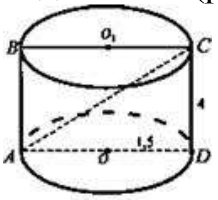
Решение:

1) ABCD - осевое сечение; OA = R, P- середина OA; MLKN ⊥ OA;
2) ABCD и MLKN - прямоугольники;
3) $LM = H; S = S_{ABCD} = AD \cdot AB; S = 2RH.$
4) OP = AP = R/2.
5) ΔMPO - прямоугольный $PM = \sqrt{R^2 - (\frac{R}{2})^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2};$
6) $\Delta MPO = \Delta NPO \Rightarrow NP = MP, NM = R\sqrt{3};$
7) $S_{MNKL} = MN \cdot ML; S_{MNKL} = R\sqrt{3} \cdot H;$

8) $S = 2RH,\ RH = \dfrac{3}{2};\ S_{MNKL} = \sqrt{3}\cdot\dfrac{S}{2} = \dfrac{S\sqrt{3}}{2}.$

(Ответ: $\dfrac{S\sqrt{3}}{2}$.)

Задача № 5 (рис. 4).



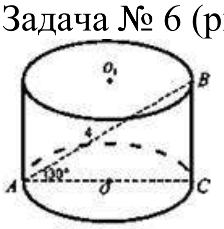

AC – ?

Рис. 4

Решение:1. OD = R, AD = 3.

2. ΔADC - прямоугольный. Так как AD = 4, то AC = 5 (пифагорова тройка).(Ответ: 5.)

Задача № 6 (рис. 5).




BC – ? R – ?

Рис. 5

Решение:1. ΔABC - прямоугольный.

2. Так как ∠BAC = 30°, то BC = 1/2AB, т. е. BC = 2.

3. $\cos 30° = \dfrac{AC}{AB},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AC}{4},\ \ AC = 2\sqrt{3}.$ 4. $R = \dfrac{1}{2}AC,\ R = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$ (Ответ: 2; √3.)

Задача № 7(рис. 6).

Дано: O1A = 5, AA1 = 15, AB = 17.

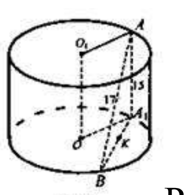



Рис. 6

Найти: расстояние между OO1 и AB. Решение: 1. ΔAA1B - прямоугольный; по теореме Пифагора $AB^2 = AA_1^2 + A_1B^2,\quad 17^2 = 15^2 + BA_1^2,\quad BA_1^2 = 17^2 - 15^2 = (17 - 15)(17 + 15) = 2\cdot 32 = 64,\ A_1B = 8.$ ДП: OK, K - середина BA1.

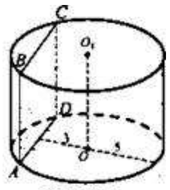
2. OK ⊥ A1B (так как OK - расстояние между OO1 и AB:

$$\left.\begin{array}{l} OK \perp OO_1 \Rightarrow OK \perp AA_1, \\ OK \perp A_1B \end{array}\right\} \Rightarrow OK \perp \text{пл. } AA_1B \Rightarrow OK \perp AB.$$

3. По теореме Пифагора из ΔA1KO: $OA_1^2 = OK^2 + A_1K^2,\ OK = 25 - 16,\ OK^2 = 9,\ OK = 3.$

(Ответ: 3.)

Задача №8. (рис. 7).Найти: SABCD.




$ABCD \parallel OO_1$

Рис. 7

Решение: 1. AO = 5 - дополнительное построение.

2. $AD = 2 \cdot (\sqrt{25-9}) = 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8.$ 3. ABCD - прямоугольник.

4. $S_{ABCD} = AB \cdot AD, S_{ABCD} = 10 \cdot 8 = 80.$ (Ответ: 80.)

Задача №9. Дано: $\frac{S_{бок.}}{S_{осн.}} = \frac{1}{2}$.

Найти: H/2R.

Решение: 1. $\frac{S_{бок.}}{S_{осн.}} = \frac{2\pi RH}{\pi R^2} = \frac{2H}{R} = \frac{1}{2}.$ 2. $\frac{2H}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{H}{2R} = \frac{1}{8}.$ (Ответ: 1/8.)

Задача № 6 (рис. 8). Дано: ABCD - осевое сечение.

Найти: $\frac{S_{бок.}}{S_{ABCD}}$.

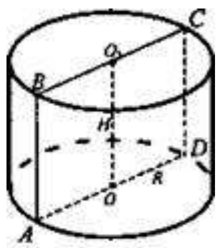



Рис. 8

Решение: 1. Sбок. = 2πRH, ABCD - прямоугольник.

2. $S_{ABCD} = AD \cdot AB, S_{ABCD} = 2R \cdot H.$ 3. $\frac{S_{бок.}}{S_{ABCD}} = \frac{2\pi RH}{2RH} = \pi.$ (Ответ: π.)