Задание:

- Изучить теорию: §44 https://file.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html качать 2016 год);
- Написать краткий конспект;
- Разобрать примеры решения;
- Решить № 776, 778
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт конспекта прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Геометрический смысл производной.

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) Геометрический смысл производной;

2) Алгоритм нахождения касательной к графику функции в точке;

3) Сравнение производных заданной функции по ее графику в различных точках.

Глоссарий по теме

Число k= tgα называется угловым коэффициентом прямой, а угол α – углом между этой прямой и осью Ох.

Геометрический смысл производной. Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в этой точке.

Основная литература:

Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Федорова Н.Е. и др., под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 10 кл.– М.: Просвещение, 2014.

Дополнительная литература:

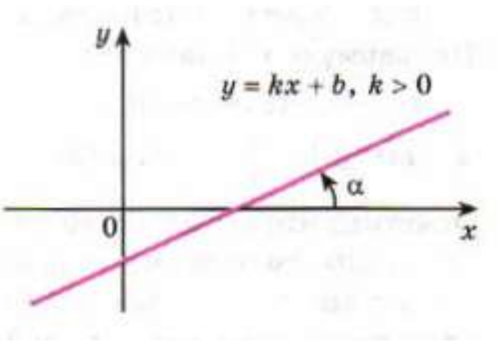
Шабунин М.И., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Дидактические материалы Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 10 кл. – М.: Просвещение, 2017.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

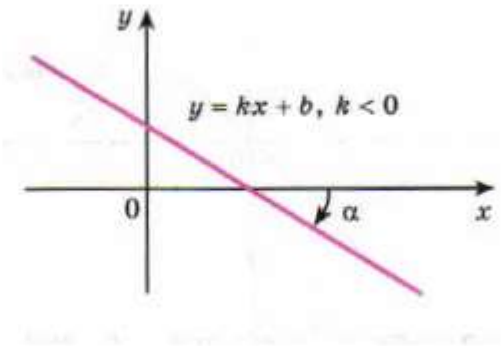
Напомним, что графиком линейной функции y=кх + b является прямая.

Число k= tgα называется угловым коэффициентом прямой, а угол α – углом между этой прямой и осью Ох.

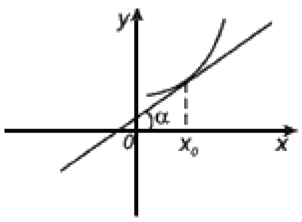
Если k>0, то 0<α< π/2, в этом случае функция возрастает



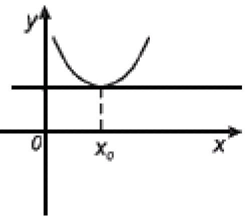
Если k<0, то - π/2<α<0, в этом случае функция убывает



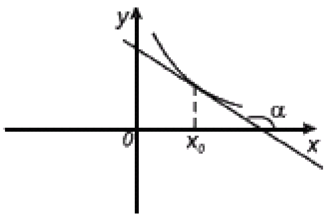
Геометрический смысл производной. Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции *y* = *f*(*x*) в этой точке.



$f'(x_0) = \mathrm{tg}\alpha > 0$

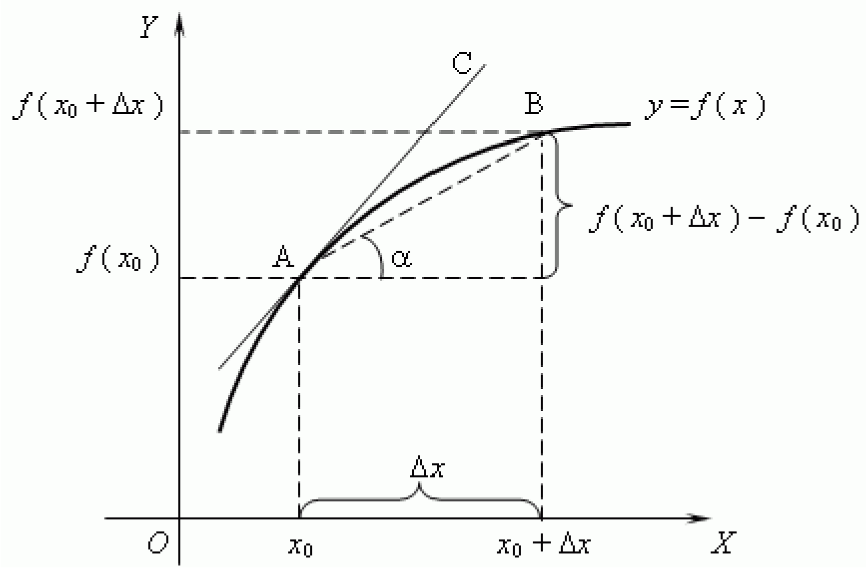


$f'(x_0) = \mathrm{tg}\alpha = 0$



$f'(x_0) = \mathrm{tg}\alpha < 0$

Рассмотрим график функции *y* = *f* (*x*):



Из рисунка видно, что для любых двух точек *A* и *B* графика функции: f(x0+Δx)/f(x0)Δx=tgα, где α - угол наклона секущей *AB*.

Таким образом, разностное отношение равно угловому коэффициенту секущей.

Если зафиксировать точку *A* и двигать по направлению к ней точку *B*, то Δx неограниченно уменьшается и приближается к 0, а секущая *AB* приближается к касательной *AC*.

Следовательно, предел разностного отношения равен угловому коэффициенту касательной в точке *A*.

Отсюда следует:

производная функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке.

В этом и состоит геометрический смысл производной.

Уравнение касательной к графику функции y=f(x) в точке x_0:

$$y = f(x_a) + f'(x_a)(x - x_a)$$

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Составить уравнение касательной к графику функции $y=x+e^{-2x}$, параллельной прямой y=-x

Решение:

Угловой коэффициент касательной равен значению производной в точке касания x_0. Т.к. касательная параллельна прямой y=-x, значит ее угловой коэффициент равен –1. Таким образом, $f'(x_0) = -1$.

$$f'(x_o) = (x_o + e^{-2x_o})' = 1 - 2e^{-2x_o};$$
$$1 - 2e^{-2x_o} = -1;$$
$$2e^{-2x_o} = 2;$$
$$e^{-2x_o} = 1;$$
$$-2x_o = 0;$$
$$x_o = 0.$$

Уравнение касательной:

$$y = f(x_o) + f'(x_o)(x - x_o)$$
$$x_o = 0; f'(x_o) = -1; f(x_o) = 1$$

Уравнение касательной: y=1-1(x-0) = 1-x

Ответ: y=1-x.

№2. На параболе $y=x^2-2x-8$ найти точку M, в которой касательная к ней параллельна прямой 4x+y+4=0.

Решение:

Определим угловой коэффициент касательной к параболе $y=x^2-2x-8$:

$k = y'=(x^2-2x-8)'=2x-2.$

Найдем угловой коэффициент прямой 4x+y+4=0:

y=-4x-4, k =-4.

Касательная к параболе и данная прямая по условию параллельны. Следовательно, их угловые коэффициенты равны, т.е.

2x-2=-4;

x=-1 – абсцисса точки касания.

Ординату точки касания M вычислим из уравнения данной параболы $y=x^2-2x-8$, т.е.

$y(-1)=(-1)^2-2(-1)-8=-5$, M(-1;-5).

Ответ: M(-1;-5).