УВАЖАЕМЫЕ СТУДЕНТЫ! Изучите и законспектируйте новый теоретический материал тезисно.

Подготовьте 5 контрольных вопросов к лекции и выделите ответы к ним в своем конспекте.

Результаты работы, фотоотчет, предоставить преподавателю на e-mail: xvsviv@rambler.ru в трехдневный срок с момента получения задания.

При возникновении вопросов по приведенному материалу обращаться по следующим номерам телефонов:072-138-93-11.

ВНИМАНИЕ!!! При отправке работы, не забывайте указывать ФИО студента, наименование дисциплины, дата проведения занятия (по расписанию).

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей

Тип занятия: изучение нового материала.

Учебно-воспитательные задачи:

- дать понятие о случайном событии, вероятности события;

- научить вычислять вероятности события; вероятности случайных событий по классическому определению;

- научить применять теоремы сложения и умножения вероятностей для решения задач;

Студент должен знать и уметь

- определения и формулы числа перестановок, размещений и сочетаний;

- классическое определение вероятности;

- определения суммы событий, произведения событий ;

формулировки и формулы теорем сложения и умножения вероятностей.

Ход занятия.

I. Организационный момент.

II. Проверка домашнего задания

Провести фронтальный опрос в виде ответов на вопросы:

1. Что такое комбинаторика?

2. Какие задачи называются комбинаторными?

3. Назовите основные понятия комбинаторики.

4. Что такое размещения, перестановки, сочетания?

5. Что называется выборкой объема k? Какие выборки считают различными?

6. Дайте определение символа n!.

7. Какие формулы существуют для нахождения числа размещений, числа перестановок, числа сочетаний?

8. Какими свойствами обладают числа C_n^k?

Проверить решение упражнений:

1. Вычислить: $\frac{10!-8!}{89}$

2. Найти число размещений из 10 элементов по 4.

3. Решить уравнение: $A_n^4 \ P_{n-4} = 42P_{n-2}$

4. Решить задачу:

- Сколькими способами можно составить список из 10 человек?
- Сколькими способами из 15 рабочих можно создать бригады по 5 человек в каждой?
- 30 учащихся обменялись друг с другом фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек?

III. Изучение нового материала.

Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A_1 к числу n всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е.

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность случайного события

Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \le P(A) \le 1$

Невозможному событию соответствует вероятность P(A)=0, а достоверному – вероятность P(A)=1

теорема сложения вероятностей несовместных событий.

Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

P(A+B)=P(A)+P(B);

$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$.

Теорема сложения вероятностей совместных событий.

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

Для трех совместных событий имеет место формула:

$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$

Событие, противоположное событию А (т.е. ненаступление события А), обозначают $\overline{A}$. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна единице: $P(A)+P(\overline{A})=1$

Вероятность наступления события А, вычисленная в предположении, что событие В уже произошло, называется **условной вероятностью** события А при условии В и обозначается $P_B(A)$ или $P(A/B)$.

Если А и В – независимые события, то

$P(B)-P_A(B)=P_{\overline{A}}(B)$.

События А,В,С,… называются **независимыми в совокупности,** если вероятность каждого из них не меняется в связи с наступлением или ненаступлением других событий по отдельности или в любой их комбинации.

Теорема умножения вероятностей независимых событий.

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$P(AB)=P(A)\bullet P(B)$

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, вычисляется по формуле:

$P(A_1A_2 \ldots A_n)=P(A_1)\bullet P(A_2)\ldots P(A_n)$.

Теорема умножения вероятностей зависимых событий.

Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению одного из них на условную вероятность второго:

$P(AB)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$

IV. Применение знаний при решении типовых задач

Задача 1.

В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Решение: Событие А-билет выигрышный. Общее число различных исходов есть n=1000

Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет m=200. Согласно формуле $P(A)=\frac{m}{n}$, получим $P(A)=\frac{200}{1000}=\frac{1}{5}=0,2$

Задача 2.

Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.

Решение: Событие А-появление черного шара. Общее число случаев n=5+3=8

Число случаев m, благоприятствующих появлению события А, равно 3

$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{8}=0,375$

Задача 3.

Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Решение: Событие А- появление двух черных шаров. Общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 элементов (12+8) по 2

$n=C_{20}^{2}=\frac{20\cdot 19}{1\cdot 2}=190$

Число случаев m, благоприятствующих событию А, составляет

$n=C_{2}^{8}=\frac{8\cdot 7}{1\cdot 2}=28$

$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{28}{190}=\frac{14}{95}=0,147$

Задача 4.

В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем 5 из них стандартные. Рабочий берет наудачу 3 детали. Найти вероятность того, что по крайней мере одна из взятых деталей окажется стандартной.

Задача 5.

Найти вероятность того, что наудачу взятое двухзначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно

Задача 6.

В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Решение: Пусть А - появление белого шара из первой урны, а В – появление белого шара из второй урны. Очевидно, что события А и В независимы. Найдем P(A)=4/12=1/3, P(B)=3/12=1/4, получим

P(AB)=P(A)•P(B)=(1/3)•(1/4)=1/12=0,083

Задача 7.

В ящике находится 12 деталей, из которых 8 стандартных. Рабочий берет наудачу одну за другой две детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

Решение: Введем следующие обозначения: А – первая взятая деталь стандартная; В – вторая взятая деталь стандартная. Вероятность того, что первая деталь стандартная, составляет P(A)=8/12=2/3. Вероятность того, что вторая взятая деталь окажется стандартной при условии, что была стандартной первая деталь, т.е. условная вероятность события В, равна P_A(B)=7/11.

Вероятность того, что обе детали окажутся стандартными, находим по теореме умножения вероятностей зависимых событий:

P(AB)=P(A)• P_A(B)=(2/3)•(7/11)=14/33=0,424

Самостоятельное применение знаний, умений и навыков.

Вариант 1.

1. Какова вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 40 до 70 является кратным 6?

2. Какова вероятность того, что при пяти бросаниях монеты она три раза упадет гербом к верху?

Вариант 2.

1. Какова вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 1 до 30 (включительно) является делителем числа 30?

2. В НИИ работает 120 человек, из них 70 знают английский язык, 60 – немецкий, а 50 – знают оба. Какова вероятность того, что выбранный наудачу сотрудник не знает ни одного иностранного языка?