Задание

1. Ознакомиться с теоретический материалом темы, законспектировать, ответить на контрольные вопросы.

2. Фотоотчет и сообщение присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Степени вершин графа

Пусть G - неориентированный граф, $|V| = n, |E| = m$.

Определение : Количество ρ(v) ребер графа, инцидентных вершине v графа, называет ее *локальной степенью* или просто *степенью* вершины .

Если степени всех вершин графа конечны, то граф называется *локально конечным.*

Когда заданы матрицы смежности и инцидентности графа, можно определить локальные степени всех его вершин.

В частности, если задана матрица смежности, то $\rho(v_j)=\sum_{i=1}^{n} u_{ij}$, а если задана матрица инцидентности, то $\rho(v_j)=\sum_{i=1}^{m} w_{ij}$.

В неориентированном графе необходимо учесть, что петля дает вклад в локальную степень вершины, равный двум. Чтобы таким образом учитывать вклад петель в степень, нужно усложнить формулы для ее вычисления:

1) $\rho'(v_j)=\sum_{i=1}^{n} u_{ij} + u_{jj} = \sum_{k=1}^{n} u_{jk} + u_{jj}$.

2) $\rho'(v_j)=\sum_{i=1}^{m} w_{ij} \times \left(3 - \sum_{k=1}^{n} w_{ik}\right)$. Когда i-е ребро обычное, $\sum_{k=1}^{n} w_{ik} = 2$ и соответствующее слагаемое внешней суммы равно w_{ik}, т.е. 1 для ребер, инцидентных вершине v_j, и 0 для остальных. Если же оно является петлей, то

$\sum_{k=1}^{n} w_{ik} = 1$, а слагаемое внешней суммы равно $2w_{ij}$, т.е. 2 для петель, инцидентных вершине v_j , и 0 для остальных.

Если степени всех вершин графа равны k, то граф называется *однородным степени k.* В этом случае, если граф имеет n вершин и m ребер, то n=2m/k.

Рассмотрим теперь орграф, для его вершин определены две локальные степени.

Определение: Число $\rho_1(v)$, равное количеству дуг с началом в вершине v, называется *полустепенью исхода* вершины v.

Определение: Число $\rho_2(v)$, равное количеству дуг с концом в вершине v, называется *полустепенью захода* вершины v.

Петля дает вклад в каждую из полустепеней по 1.

Локальные степени вершин ориентированного графа просто выражаются через коэффициенты матрицы смежности:

$$\rho_1(v_i)=\sum_{j=1}^{n} u_{ij}\ , \quad \rho_2(v_i)=\sum_{h=1}^{n} u_{hi}\ .$$

Если полустепени исхода и захода всех вершин орграфа равны k, то орграф называется однородным степени k и n=m/k

Идентификация графов, заданных своими представлениями.

Итак, граф может быть представлен различными способами. Он может быть задан рисунком, матрицей инцидентности, списком рёбер или матрицей смежности. Вид чертежа зависит от формы линий и взаимного расположения вершин. Иногда, даже для пары достаточно простых графов, непонятно, одинаковы ли они (см. рисунок 1 “а” и “б”). Вид матриц, также как списков рёбер зависит от нумерации вершин и рёбер графа. В связи с этим возникает весьма существенный вопрос о том, как определять равенство графов.

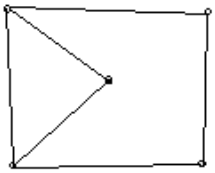
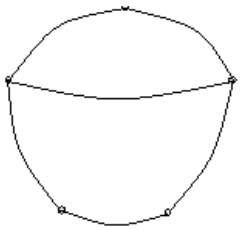
а)  б) 

Рисунок 1

Строго говоря, граф считается полностью заданным, если нумерация его вершин зафиксирована. Графы, отличающиеся только нумерацией вершин, называются *изоморфными*.

<u>Определение.</u> Графы $G_1(V_1, E_1)$ и $G_2(V_2, E_2)$ называются *изоморфными*, если существует взаимно однозначное отображение φ: $V_1 \to V_2$, сохраняющее смежность.

Перенумерация вершин графа задаётся строкой $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ новых номеров вершин, расположенных в исходном порядке. Новая матрица смежности получается из исходной матрицы перемещением каждого элемента ε_{ij} в $\alpha_i - ю$ строку, в $\alpha_j - й$ столбец. Поэтому, чтобы узнать, представляют ли две таблицы смежности изоморфные графы, можно, например, перевести всевозможные одинаковые перестановки строк и столбцов первой матрицы. Если одна из таких перестановок даст матрицу, тожественно совпадающую со второй матрицей, то представляемые ими графы изоморфны. Однако эта процедура может оказаться очень трудоёмкой, так как всего возможно выполнение $n!$ перестановок.

Контрольные вопросы:

1. Что называется степенью вершины графа? Чем отличается спень вершины неориентированного графа от степени вершины такого же, но ориентированного графа?

2. Когда граф называется полностью заданным?

3. Объясните изоморфизм графов.