Задание

1. Ознакомиться с примерами решения типовых задач, повторить теоретический материал темы. Выполнить задания для самостоятельной работы.

4. Фотоотчет присылать на электронную почту в трехдневный срок

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическая работа

«Бинарные отношения. Формы представления, свойства, операции»

Цель работы: изучение основных форм представления бинарного отношения, анализ свойств бинарных отношений, выполнение операций над бинарными отношениями.

Образовательные результаты:

Студент должен

уметь:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

знать:

- основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Кортеж — это упорядоченная последовательность элементов с возможными повторениями. Элементы кортежа перечисляются в угловых скобках.

Пример 1. < a, b, c >

Порядок записи имеет значение: < a, b > не равно < b, a >

Повторы имеют значение: < a, b > не равно < a, b, a >

Длина кортежа— это число элементов в нем.

Прямое (декартово) произведение множеств A и B — это множество всех кортежей длины 2, в которых первый элемент принадлежит множеству A, второй элемент—множеству B.

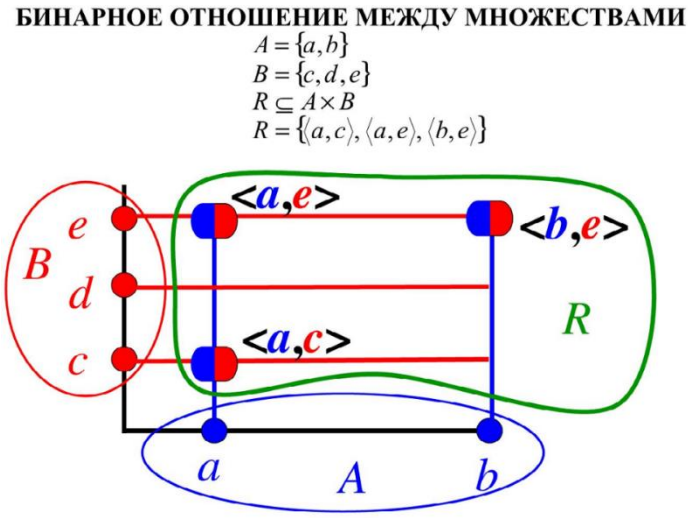
Обозначение:

A xB — прямое произведение множеств A и B.

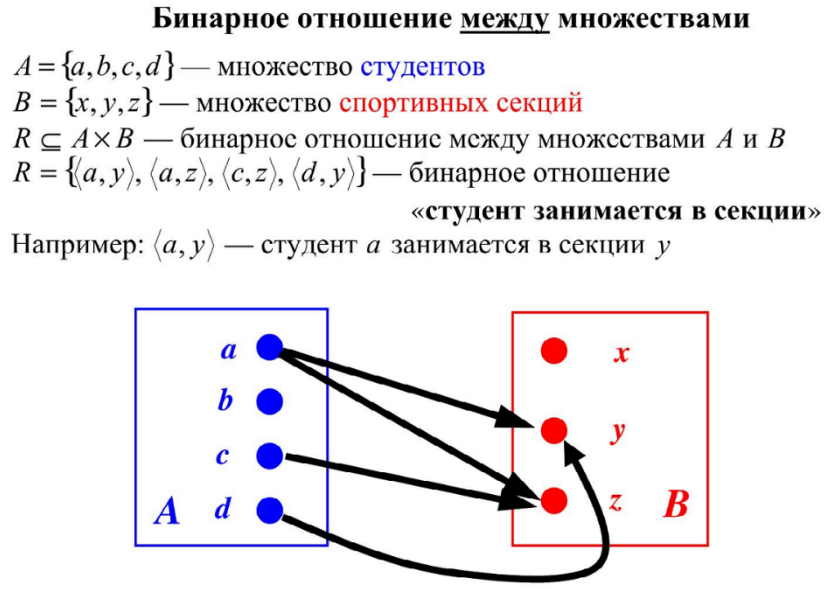
Бинарное отношение между двумя множествами—это подмножество их прямого произведения.

Формальное определение: $R \subseteq A \times B$.

R —это бинарное отношение между множествами A и B.



Пример 2.



Всего есть 2 в степени | A | | B | бинарных отношений между конечными множествами A и B.

Если R⊆A×A то R —это бинарное отношение на множестве A.

Пример 3.

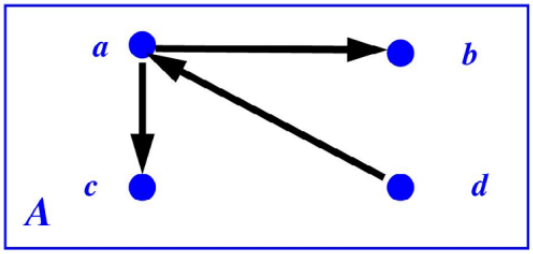
Бинарное отношение на множестве

$A = \{a, b, c, d\}$ — множество боксеров

$R \subseteq A \times A$ — бинарное отношение на множестве A

$R = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle d, a\rangle\}$ — бинарное отношение «**выиграл**»

Например: $\langle a, b\rangle$ — боксер a выиграл у боксера b



Способы задания

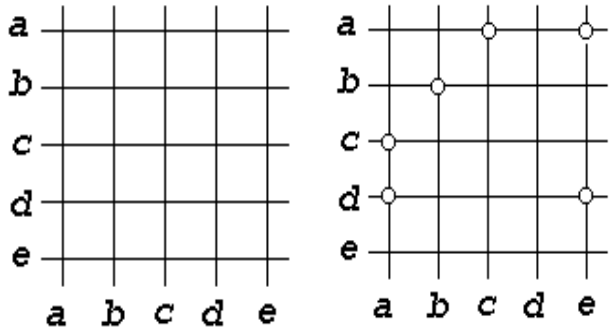
Перечисление всех пар из базового множества A и базового множества B

A={a_1 ,a_2} B={b_1,b_2,b_3}, ={(a_1, b_1), (a_1 ,b_3), (a_2, b_1)}

Отношения могут задаваться формулами. Формулы $y = x^2 + 5x - 6$ или x + y < 5 задают бинарные отношения на множестве действительных чисел.

Графический метод задания

a= {(a, d), (a, c), (b, b), (c, a), (e,d), (e, a)}

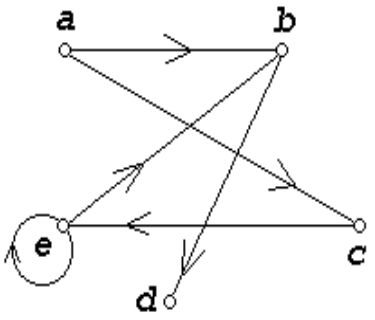


Графовое представление

Граф - фигура состоящая из точек (вершин) соединенных линиями (дугами). Вершины графа соответствуют элементам множества A, то есть x_i,

а наличие дуги, соединяющей вершины x_i и x_j, означает, что $(x_i,x_j)\in R$. Чтобы подчеркнуть упорядоченность пары на дуге ставится стрелка.

A={(*a*, *b*), (*a*, *c*), (*b*, *d*), (*c*, *e*), (*e*,*b*), (*e*, *e*)}



Матричная форма задания (матрица смежности бинарного отношения)

Пусть на некотором конечном множестве *X* задано отношение A. Упорядочим каким-либо образом элементы множества $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ и определим **матрицу отношения** $A = [a_{ij}]$ следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } (x_i, x_j) \text{ принадлеж ит } \alpha, \\ 0, \text{ если } (x_i, x_j) \text{ не принад лежит } \alpha. \end{cases} \qquad A = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \end{array}$$

Матрица записывается в двойных вертикальных черточках

Операции над бинарными отношениями:

– пересечение двух бинарных отношений R_1 и R_2 - это отношение $R_1 \cap R_2 = \{ (x, y) \mid (x, y)\in R_1 \text{ и } (x, y)\in R_2 \}$.

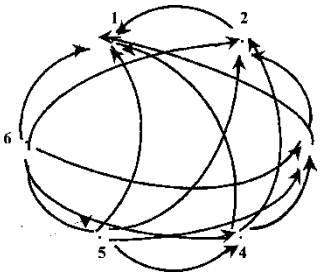
– объединение двух бинарных отношений R_1 и R_2 - это отношение $R_1 \cup R_2 = \{ (x, y) \mid (x, y)\in R_1 \text{ или } (x, y)\in R_2 \}$.

– разностью отношений R_1 и R_2 называется такое отношение, что: $R_1 \backslash R_2 = \{ (x, y) \mid (x, y)\in R_1 \text{ и } (x, y)\notin R_2 \}$

– дополнение к отношению $R=\{ (x, y) \mid (x, y)\in (A\times A)\backslash R\}$.

– обратное отношение $R^{-1} = \{ (x, y) \mid (y, x)\in R\}$.

Пример 4. Дано множество A = { 1,2,3,4,5,6 }$\subset$N. На нем задано бинарное отношение p «больше», т. е. (x,y)$\in$p<=>x > y. Построить граф и график этого отношения. Какими свойствами обладает это отношение?.



Граф указанного отношения

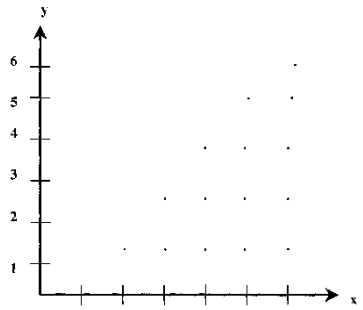


график этого отношения

Рефлексивность: Если бы это отношение было бы рефлексивным, то x>x для $\forall x \in A$. Например, было бы верно 2 > 2 (ложь). Значит отношение « > » на A не является рефлексивным.

Симметричность: Если бы это отношение было бы симметричным на множестве A, то x > y => y > x. Например, 3>2 => 2>3(ложь),. Значит, отношение « > » на A не является симметричным.

Транзитивность: Если бы это отношение было бы транзитивным на множестве A, то x > y, y > z =>x >z.Это утверждение истинно для любых натуральных чисел, т. е. и чисел из A. Значит, отношение « > » на A является транзитивным.

Асимметричность: Ни для каких чисел A не может быть одновременно истинным $\begin{cases} x > y \\ y > x \end{cases}$, т. е. отношение “>” на A асимметрично. Отношение “>” на множестве A является отношением строгого порядка т. к. оно асимметрично и транзитивно.

Связность: Для любых двух элементов x, $y \in A$ верно: $\left[\begin{array}{l} x > y \\ y > x \\ y = x \end{array}\right.$ т. е. отношение “>” на множестве A является связным. Т. к. отношение “>” на множестве A связное и является отношением строгого порядка, то оно есть

отношение строгого линейного порядка.

Задания для практического занятия:

Таблица вариантов

№ в журнале	**Вариант задания**	№ в журнале	**Вариант задания**	№ в журнале	**Вариант задания**
1	**1**	6	**1**	11	**1**
2	**2**	7	**2**	12	**2**
3	**3**	8	**3**	13	**3**
4	**4**	9	**4**	14	**4**
5	**5**	10	**5**	15	**5**

Дано множество натуральных чисел X ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} и определённые на нём бинарные отношения R_1 и R_2.

№ варианта	Отношение R1	Отношение R2
Вариант 1	Быть больше	1) Быть делимым
Вариант 2	Быть меньше	1) Делиться на 3
Вариант 3	Быть больше	1) Делиться на 2
Вариант 4	Делиться на 3	Быть делимым
Вариант 5	Быть меньше	Делиться на 2

1. Представить каждое бинарное отношение во всех формах:

– графическая форма;

– граф;

– матрица смежности.

2.Охарактеризовать каждое бинарное отношение элементарными свойствами:

– рефлексивность;

– симметричность;

– транзитивность.

3. Выполнить следующие бинарные операции над отношениями R_1 и R_2:

– объединение;

– пересечение;

– разность R1\R2 и R2\R1;
– симметрическая разность;
– произведение (композиция) R1·R2 и R2·R1.

Контрольные вопросы:

1. Что такое бинарное отношение на множестве?
2. Как можно записать бинарное отношение?
3. Какое отношение называют рефлексивным?
4. Какое отношение является антирефлексивным?
5. Какое отношение называют симметричным?
6. Какое отношение является антисимметричным?
7. Какое отношение называют транзитивным?
8. Что такое эквивалентность на множестве?