Задание

1. Повторить теоретический материал, решить задачи для самостоятельного решения.

2. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311.

Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА
Тема: БИНОМ НЬЮТОНА

Цель: формировать комбинаторный стиль мышления, философское восприятие случайного в окружающем мире, прививать чувство прекрасного в мире математики**.**

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Бином Ньютона – это формула, выражающая выражение (a + b)^n в виде многочлена. Эта формула имеет вид:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^m a^{n-m} b^m + \ldots + C_n^n a^0 b^n =$$

$$= a^n + n a^{n-1} b^1 + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \ldots + \frac{n!}{(n-m)!\,m!} a^{n-m} b^m + \ldots + b^n, \text{ где } m < n$$

$C_n^0; C_n^1; \ldots C_n^n$ – биномиальные коэффициенты

Формулу можно записать в сокращенном виде: $(a+b)^n = \sum_{m=0}^{n} C_n^m a^{n-m} b^m$,

где $\sum$ - знак суммы, C_n^m - число сочетаний из n элементов по m: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Из формулы разложения бинома Ньютона формула

Составим таблицу значений для n ,m = 0,1,2,3,4,5,6,7.

n \ m	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	.	.	.	.	.	.	.
1	1	1	.	.	.	.	.	.
2	1	2	1	.	.	.	.	.
3	1	3	3	1	.	.	.	.
4	1	4	6	4	1	.	.	.
5	1	5	10	10	5	1	.	.
6	1	6	15	20	15	6	1	.
7	1	7	21	35	35	21	7	1

Эту таблицу можно неограниченно продолжать вниз и вправо. Она называется треугольником Паскаля. Еще удобнее ее записывать в виде равнобедренного треугольника.

```
                    1
                  1   1
                1   2   1
              1   3   3   1
            1   4   6   4   1
          1   5   10  10  5   1
        1   6   15  20  15  6   1
      1   7   21  35  35  21  7   1
```

Такой треугольник Паскаля обладает свойством: каждое число равно сумме двух чисел, стоящих над ним, поэтому таблицу можно без труда продолжать вниз, не прибегая к вычислению числа сочетаний. Нам знакомы формулы:

$(a + b)^1 = a + b;$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3.$

Свойства бинома и биномиальных коэффициентов

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. Число всех членов разложения на единицу больше показателя степени бинома, то есть равно $(n+1)$
3. Сумма показателей степеней a и b каждого члена разложения равна показателю степени бинома, то есть n
4. Биномиальные коэффициенты членов разложения, равноотстоящих от концов разложения, равны между собой: $C_n^m = C_n^{n-m}$ (правило симметрии)
5. Сумма биномиальных коэффициентов всех членов разложения равна 2^n
6. Сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на нечетных местах, равна сумме биномиальных коэффициентов, стоящих на четных местах и равна 2^{n-1}

$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ... = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ... = 2^{n-1}$

7.Правило Паскаля: $C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$

УПРАЖНЕНИЯ С РЕШЕНИЯМИ

Пример 1.Записать разложение 4-й степени бинома $(a+b)^4$.

Решение: Коэффициенты разложения берем из 4-й строки треугольника Паскаля и используем формулу Ньютона: $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$

Пример 2. Записать разложение $(2m-3n)^5$.

Решение: Используем 5-ю строку треугольника Паскаля.

$$(2m-3n)^5=(2m)^5-5(2m)^4\cdot 3n+10(2m)^3(3n)^2-10(2m)^2(3n)^3+5(2m)\cdot(3n)^4-(3n)^5=$$
$$=32m^5-240m^4n+720m^3n^2-1080m^2n^3+810mn^4-243n^5.$$

Пример 3. Найдите член разложения $\left(\sqrt{y}-\sqrt[4]{y}\right)^{20}$, содержащий y^7.

Решение: Из формулы разложения бинома Ньютона формула $(k+1)-й$ член имеет

вид : $T_{k+1}=(-1)^k C_k^n a^k x^{n-k}$.

Запишем общий вид разложения:

$$T_{k+1}=C_{20}^k\left(\sqrt[4]{y}\right)^k\left(\sqrt{y}\right)^{20-k}=C_{20}^k y^{\frac{k}{4}}\cdot y^{\frac{20-k}{2}}=C_{20}^k y^{\frac{40-k}{4}}$$

По условию, $y^{\frac{40-k}{4}}=y^7$, т.е. $\frac{40-k}{4}=7.$

Отсюда находим $k=12$ и искомый член

$T_{12+1}=C_{20}^{12}y^7=C_{20}^8y^8=216970\,y^7$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ВАРИАНТАМ

Таблица распределения по вариантам

№ по списку в журнале	вариант	№ по списку в журнале	вариант	№ по списку в журнале	вариант
1	1	**6**	3	**11**	4
2	3	**7**	4	**12**	1
3	4	**8**	1	**13**	2
4	1	**9**	2	**14**	3
5	2	**10**	3	**15**	4

1 вариант

1. Найдите значение: 1) 2! 2) 5! 3) $10\cdot\frac{8!}{4!}$ 4) $C^6{}_8$ 5) $C_4{}^2\cdot C_2{}^1$

2. Вычислите значение бинома:

1) $(2a+3b)^4$ 2)$(a-2b)^3$ 3 $\left(\frac{1}{2}c+4\right)^4$ 4) $\left(\frac{1}{3}c-3\right)^4$

3. Запишите, как называется многочлен вида $(c+b)^n$ _____

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(2a+3)^4$ в виде треугольника Паскаля

***2* Вариант**

1. Найдите значение: 1) 3! 2) 1! 3) $2\cdot\frac{8!}{4!}$ 4) $C_6{}^3$ 5) $C_5{}^2\cdot C_4{}^2$

2. Вычислите значение бинома:

1) $(a+2b)^4$ 2) $(2a-b)^3$ 3 $\left(\frac{1}{3}c+2\right)^4$ 4) $\left(\frac{1}{4}c-4\right)^4$

3. Запишите, как называется многочлен вида $(a-b)^n$ _____

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(3a+2)^4$ в виде треугольника Паскаля

3 Вариант

1. Найдите значение: 1) 4! 2) 0! 3) $4\cdot\frac{6!}{3!}$ 4) $C_{10}{}^8$ 5) $C_6{}^2\cdot C_6{}^4$

2. Вычислите значение бинома:

1) $(2a+3b)^4$ 2) $(a-b)^3$ 3 $\left(\frac{1}{4}c+2\right)^4$ 4) $\left(\frac{1}{4}c-2\right)^4$

3. Запишите, как называется многочлен вида $(a+3b)^n$ _____

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(3a+2)^4$ в виде треугольника Паскаля

4 Вариант

1. Найдите значение :1) 5! 2) 0! 3) $3\cdot\frac{5!}{2!}$ 4) C_7^4 5) $C_8^5\cdot C_6^3$

2. Вычислите значение бинома:

1) $(2a-3b)^4$ 2) $(a-2b)^3$ 3 $\left(\frac{1}{3}c+3\right)^4$ 4) $\left(\frac{1}{4}c+2\right)^4$

3 Запишите, как называется многочлен вида $(a+3b)^n$ _____

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(5a+2)^4$ в виде треугольника Паскаля