Задание

1. Повторить теоретический материал, решить задания для самостоятельной работы.

2. Фотоотчет присылать на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311.

Электронная почта: xvsviv@rambler.ru

Практическая работа

Тема: Числовые характеристики случайной величины.

Цель работы: овладеть навыками определения плотности распределения по функции, научиться использовать свойства плотности и функции распределения.

Содержание отчета: номер варианта, номера задач, используемые формулы, пояснения к их использованию, решение и ответ.

Критерии оценки:

- Оценка «отлично» ставится при правильном решении пяти задач;
- Оценка «хорошо» ставится в случае решения четырёх задач;
- Оценка «удовлетворительно» ставится в случае решения трёх задач;
- В остальных случаях ставится оценка «неудовлетворительно».

Методические указания

Случайной_называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное возможное значение, неизвестное заранее, но обязательно одно.

Дискретной случайной величиной (ДСВ) называется случайная величина, множество возможных значений которой либо конечное либо бесконечное, но счетное.

Законом распределения случайной величины называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями. Закон распределения ДСВ записывается в виде ряда распределения. Сумма всех вероятностей ряда равна единице.

Случайная величина имеет следующие числовые характеристики:

- математическое ожидание,
- дисперсия,
- среднеквадратичное отклонение.

Математическим ожиданием ДСВ называется следующая величина

$$M_\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

.

Дисперсией ДСВ называется следующая величина $D_\xi = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M_\xi)^2 p_i$

Средне квадратичным отклонением ДСВ называется следующая величина

$$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi}$$

Для биноминального распределения числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = np \qquad D_\xi = npq$$

Для распределения Пуассона числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = \lambda \qquad D_\xi = \lambda$$

Для геометрического распределения числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = \frac{1}{p} \qquad D_\xi = \frac{1-p}{p^2}$$

Непрерывной случайной величиной (НСВ) называется случайная величина, которая может принять любое значение из некоторого интервала.

Закон распределения НСВ записывается в виде плотности распределения или функции распределения.

Законом распределения случайной величины называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями. Закон распределения НСВ записывается в виде плотности распределения или функции распределения.

Распределение может быть *нормальным*, *показательным* и *равномерным*.

Функция и плотность распределения при нормальном распределении вычисляются по формуле

$$F_\xi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt \qquad p_\xi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Функция и плотность распределения при показательном распределении вычисляется по формуле

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} \qquad p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Функция и плотность распределения при равномерном распределении вычисляется по формуле

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, a \leq x \leq b \\ 1, x > b \end{cases} \qquad p_\xi(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \dfrac{1}{b-a}, a \leq x \leq b \\ 0, x > b \end{cases}$$

Математическим ожиданием НСВ называется следующая величина $M_\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x p_\xi(x) dx$.

Дисперсией НСВ называется следующая величина $D_\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_\xi)^2 p_\xi(x) dx$

Средне квадратичным отклонением НСВ называется следующая величина $\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi}$

Для равномерного распределения числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = \frac{b+a}{2} \qquad D_\xi = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Для нормального распределения числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = a \qquad D_\xi = \sigma^2$$

Для показательного распределения числовые характеристики вычисляются по формулам

$$M_\xi = \frac{1}{\lambda} \qquad D_\xi = \frac{1}{\lambda^2}$$

Задания для самостоятельной работы

Таблица вариантов

№ в журнале	Вариант	№ в журнале	Вариант	№ в журнале	Вариант
1	1	9	3	17	5
2	2	10	4	18	6
3	3	11	5	19	1
4	4	12	6	20	2
5	5	13	1	21	3
6	6	14	2	22	4
7	1	15	3	23	5
8	2	16	4	24	6

Вариант 1

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

-5	2	3	4
0,4	0,3	0,1	0,2

2. Устройство состоит из 6 элементов. Вероятность отказа любого элемента за время опыта равна 0,1. Найти математическое ожидание и дисперсию числа таких опытов, в каждом из которых откажет ровно 2 элемента, если всего произведено 4 опыта. Предполагается, что опыты независимы один от другого.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & x \notin [-1;0] \\ 3x^2, & x \in [-1;0] \end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_{\xi}(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 1-e^{-5x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

0	1	6	14
0,3	0,3	0,2	0,2

2. Монета бросается 5 раз. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выпадений «герба».

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-1;0]\\ 2x\ , & x\in[-1;0]\end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ e^{-5x}, & x\geq 0\end{cases}$$

Вариант 3

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

3	5	8	11
0,1	0,3	0,4	0,2

2. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель равна 0,6. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выстрелов.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-1;0]\\ 3x^2, & x\in[-1;0]\end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-e^{-5x}, & x\geq 0\end{cases}$$

Вариант 4

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

-3	-2	-1	1
0,2	0,3	0,1	0,4

2. Игральная кость брошена 3 раза. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выпадений шестерки.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-1;0]\\ x^2, & x\in[-1;0]\end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x, & x\ge 0\end{cases}$$

Вариант 5

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

-1	1	2	5
0,1	0,3	0,2	0,3

2. Производится бросание игральной кости до первого выпадения шести очков. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бросаний.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-1;0]\\ 3x^2, & x\in[-1;0]\end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_\xi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-e^{-5x}, & x\ge 0\end{cases}$$

Вариант 6

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующим рядом распределения

-2	0	1	5
0,2	0,2	0,3	0,4

2. В коробке 5 красных и 6 синих шаров. Наугад достают 4 шара. Найти математическое ожидание и дисперсию числа красных шаров среди выбранных.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратичное отклонение случайной величины заданной следующей плотностью распределения

$$p_{\xi}(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-1;0]\\ 3x^2, & x\in[-1;0]\end{cases}$$

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной плотностью распределения

$$p_{\xi}(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, заданной функцией распределения

$$F_{\xi}(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-e^{-5x}, & x\geq 0\end{cases}$$