ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА.

Задание:

- Повторить теорию;
- Решить примеры для самостоятельного решения;
- Ответить на вопросы;
- По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

ТЕМА: ДЕЙСТВИЕ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В АГЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ.

ЦЕЛЬ: Формировать умения применять комплекс знаний по теме: “Действие над комплексными числами” к решению задач и систематизировать теоретические знания.

ЗАДАНИЕ.

1. Подать геометрическое изображения суммы и разности двух комплексных чисел, изобразить их противоположные и сопряжённые комплексные числа.
2. Выполнить умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.
3. Решить уравнение.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения.
5. Вычислить $i^к$.
6. Выполнить действие.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Дать определение комплексного числа.
2. Записать все формы комплексного числа и формулы связи.
3. Объяснить свойства противоположных и сопряженных комплексных чисел.
4. Как геометрически представить комплексные числа?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Программой курса по высшей математике при изучении «Числовых множеств» предусмотрено рассмотрение вопросов: комплексные числа и действия над ними.

С теоретическим материалом и примерами решения задач данной темы можно ознакомиться в учебниках:

1. Валуцэ И. И. Математика для техникумов. – М.: Наука, 1980.: гл.3 §12-17.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. –М.: «Высшая школа»,1979.: глава 13.
3. Алгебра и начало анализа./ Под ред. Г. Н. Яковлева. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит. 1978, 336 с.II ч.гл.2.§7-9.
4. Курс математики для техникумов. / Под ред. Н. М. Матвеева. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит. 1976, 400 с. ч., гл.1§1.2.
5.

Комплексными числами называют числа, которые имеют вид a+bi, где a та b- действительные числа, а число i, определяемое равенством i^2= -1, называется мнимой единицей.

Комплексное число имеет три формы:

- алгебраическую: z = a+bi;
- тригонометрическую: z = r(cosφ+isinφ);
- показательную: z= r$e^{i\varphi}$.

Модулем комплексного числа называется $|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Геометрически комплексное число изображают, как вектор с началом в начале координат и концом в точке с (а; в).

Угол φ между действительной осью Ох и вектором, который изображает комплексное число, называется аргументом:

$$\cos\varphi = \frac{a}{r};\ \sin\varphi = \frac{b}{r}.$$

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

Пример№1.

Z_1=2+3i; Z_2=4-i.

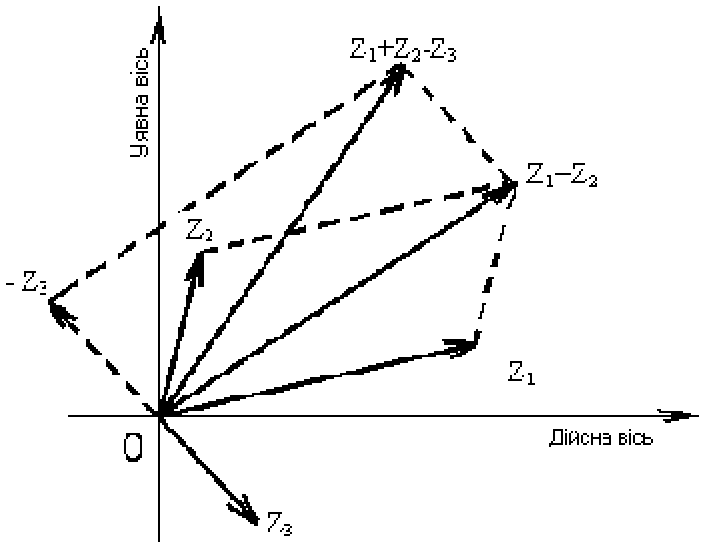
Z_1+ Z_2=Z_1=2+3i+4-I=6+2i; Z_1- Z_2=(2+3i)-(4-i)=2+3i-4+i= -2+4i;

Z_1 Z_2=Z_1=(2+3i)(4-i)=8-2i+12i-3i^2=11+10i;

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2+3i}{4-i} = \frac{(2+3i)(4+i)}{(4-i)(4+i)} = \frac{8+2i+12i+3i^2}{16-i^2} = \frac{5+14i}{15} = \frac{1}{3} + \frac{14}{15}i\,.$$

Пример№2.

Геометрическое изображение суммы и разности комплексных чисел.



Пример №3.

Решить уравнение: $-x^2+3x-4=0$; D= 9-4(-1)(-4)=9-16= -7 = 7 i^2;

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm i\sqrt{7}}{2(-1)} = \frac{3 \mp i\sqrt{7}}{2}.$$

Пример №4.

Найти действительные числа x и y из уравнения: 3+4ix+5iy=12i+5x-2y.

Так как действительные и мнимые части комплексных чисел, что стоят в левой и правой частях уравнения, равные, то составляем систему уравнения:

$$\begin{cases} 3=5x-2y; \\ 4ix+5iy=12i; \end{cases} \begin{cases} 5x-2y=3; \\ 4x+5y=12; \end{cases} \begin{cases} x=0{,}6+0{,}4y; \\ 4(0{,}6+0{,}4y)+5y=12; \end{cases} \begin{cases} x=0{,}6+0{,}4y; \\ 6{,}6y=12-2{,}4; \end{cases} \begin{cases} y=9{,}6:6{,}6\approx 1{,}45; \\ x=0{,}6+0{,}4y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0{,}6+0{,}4\cdot 1{,}45; \\ y\approx 1{,}45; \end{cases} \begin{cases} x\approx 1{,}18; \\ y\approx 1{,}45. \end{cases}$$

Пример №5.

Вычислить i^{13}, i^{50}.

Известно, что $i^2=-1$, тогда можно представить $i^{13}=(i^2)^6 i=(-1)^6 i=i$; $i^{50}=(i^2)^{25}=(-1)^{25}= -1$.

Задание №1, 2.

1. Изобразить сумму и разность двух комплексных чисел, изобразить противоположное и сопряженное комплексные числа.

2.Выполнить умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

№ варианта	*Z_1*	*Z_2*	*№ варианта*	*Z_1*	*Z_2*
1	2+4i	4-i	*16*	3-2i	6+6i
2	3+2i	-8-3i	*17*	-6-4i	-2+3i
3	-2-4i	7+2i	*18*	2-5i	8+4i
4	5+6i	6+i	*19*	6-i	5+2i
5	-9+5i	-5-5i	*20*	-4-8i	9+i

6	-2+4i	3+8i	*21*	-6+2i	2-5i
7	7+4i	2-2i	*22*	-4-7i	1+i
8	-3-8i	5+4i	*23*	2+3i	-4+7i
9	6+2i	-8+8i	*24*	3+2i	-1-2i
10	7-i	3+i	*25*	-1+i	6+9i
11	-4-i	-2+7i	*26*	5-i	-1-7i
12	-5-3i	2+i	*27*	-9+4i	3-3i
13	9+i	-5-6i	*28*	-3-9i	4+6i
14	10-2i	4+8i	29	5+i	8-2i
15	8-3i	-4+6i	30	-7-5i	5+4i

Задание №3,4.

3.Решить уравнение.

4.Вычислить $i^к$.

№ варианта	Решить уравнение.	$i^к$	№ варианта	Решить уравнение.	$i^к$
1	$2x^2+3x+4=0$	6	16	$x^2+4x+6=0$	9
2	$2x^2+x+4=0$	8	17	$2x^2-4x+4=0$	7
3	$4x^2-3x+4=0$	5	18	$2x^2-2x+9=0$	4
4	$2x^2-2x+4=0$	1	19	$2x^2+3x+15=0$	0
5	$2x^2-x+6=0$	5	20	$9x^2+5x+10=0$	4
6	$2x^2-5x+14=0$	6	21	$6x^2+4x+8=0$	5

7	$2x^2+3x+10=0$	8	22	$2x^2+x+14=0$	3
8	$12x^2-4x+2=0$	2	23	$11x^2-3x+4=0$	9
9	$2x^2+3x+11=0$	1	24	$16x^2-9x+5=0$	6
10	$x^2+x+4=0$	3	25	$x^2-2x+4=0$	4
11	$x^2+x+40=0$	7	26	$10x^2-7x+4=0$	2
12	$2x^2+5x+9=0$	2	27	$15x^2-7x+5=0$	6
13	$20x^2-7x+4=0$	6	28	$9x^2-6x+8=0$	4
14	$2x^2+3x+16=0$	4	29	$22x^2+2x+3=0$	9
15	$2x^2-x+9=0$	1	30	$2x^2-2x+9=0$	5

Задание №5.

№ варианта	Выполнить действия.	*№ варианта*	Выполнить действия.
1	$\frac{1}{1-i}(-5+7i)$	***16***	$(5+2i)^2\ \frac{i}{1-i}$
2	$\frac{1-i}{1+i}(-6+2i)$	***17***	$\frac{5-8i}{4-i}(9+4i)$
3	$\frac{3-2i}{1+3i}(4+i)$	***18***	$\frac{i^9(7-3i)}{2+4i}$
4	$\frac{(1-2i)(2+i)}{3-2i}$	***19***	$\frac{2+2i}{3i(5-2i)}$
5	$\frac{2+3i}{(4+i)(2-2i)}$	***20***	$(1-i)^3(1+i)$
6	$(3+2i)\frac{1+2i}{1-i}$	***21***	$\frac{10-i}{(2-i)^2}$
7	$\frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)}$	***22***	$\frac{(3+i)^2}{5i}$
8	$\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-2i}$	***23***	$\frac{9}{3+3i}(1+i)$
9	$\frac{1-3i}{i-2}+\frac{4i+1}{3i-1}$	***24***	$i^{12}+\frac{7-5i}{3+2i}$
10	$\frac{1+i}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}$	***25***	$\frac{1+5i}{3-i}+\frac{2i}{4-i}$
11	$2i\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$	***26***	$\frac{(4-i)(1+3i)}{4+2i}$
12	$i+\frac{6i+1}{1-7i}$	***27***	$\frac{4i(2+5i)}{2+2i}$
13	$\frac{(1+i)(1-2i)}{3+i}$	***28***	$\frac{2-3i}{4+5i}(2-6i)$
14	$\frac{2-3i}{1+4i}+i^6$	***29***	$\frac{5+2i}{2-5i}-\frac{3-4i}{4+3i}+\frac{1}{i}$
15	$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2i}\right)^2$	***30***	$\frac{(1+2i)^3}{i}+i^{19}$