Задание:

- ***Изучить теорию;***
- ***Написать краткий конспект;***
- ***Разобрать примеры решения задач;***
- ***Решить задачи в конце лекции.***
- ***По вопросам обращаться 072-1098278 или hvastov@rambler.ru***
- ***Фото отчёт конспекта прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru***

Тема: Электрическое поле. Напряженность поля. Потенциал поля. Разность потенциалов.

Цель: Изучить и закрепить материал на примерах решения типовых задач.

План

1. Электрическое поле.
2. Напряженность поля. Суперпозиция электрических полей.
3. Примеры решения задач.
4. Потенциал поля.
5. Разность потенциалов.
6. Примеры решения задач.
7. Домашнее задание.

Понятие электрического поля

На уроке о законе Кулона было установлено, что заряженные тела взаимодействуют: одноименно заряженные тела отталкиваются, а разноименно – притягиваются, и, казалось бы, это происходит мгновенно на сколь угодно большом расстоянии, причём пространство между телами ничем не заполнено. В этом состоит теория дальнодействия.

Майклом Фарадеем и Джеймсом Максвеллом была предложена теория близкодействия: вокруг заряженного тела возникает новый, особый вид материи – **электрическое поле**. Очевидно, что вокруг незаряженных тел электрическое поле отсутствует. Экспериментально было установлено, что электрическое поле может действовать только на электрические заряды и заряженные тела. Таким образом, заряженные тела взаимодействуют посредством электрического поля, в результате чего между ними возникает уже знакомая нам сила электростатического (кулоновского) взаимодействия.

Напряженность электрического поля

Определение: Электрическое поле обладает силовой характеристикой. Эта векторная величина называется **напряженностью** $\vec{\mathbf{E}}$ и определяется для каждой точки пространства вокруг заряженного тела, которое это поле создает.

Рассмотрим положительный точечный заряд Q, который, согласно Фарадею и Максвеллу, создаёт вокруг себя электрическое поле. В точку, удаленную на расстояние r от этого заряда поместим пробный заряд $q_п$ (тоже положительный). В этом случае на пробный заряд действует сила $\vec{F}$, как показано на рисунке 1.

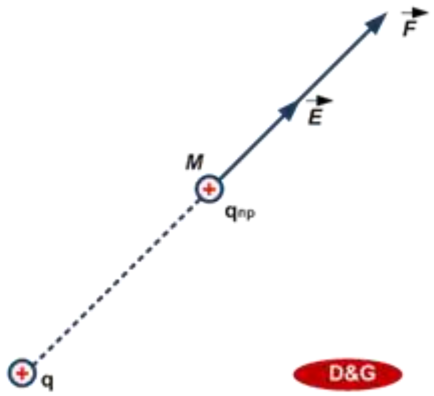


Рис. 1. Электростатическое взаимодействие зарядов

Если увеличить величину пробного заряда в два раза, то и значение силы взаимодействия увеличится в два раза. Этот вывод можно сделать из увеличения ускорения в два раза при неизменной массе пробного заряда. Если знак заряда изменить на противоположный, то и направление силы изменится на противоположное. Следовательно, сила взаимодействия прямо пропорциональна величине пробного заряда, а данная точка пространства характеризуется напряженностью электрического поля заряда Q, совпадающего по направлению с силой $\vec{F}$.

Таким образом, для напряженности можем записать:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_п}$$

Единица измерения напряженности электрического поля:

$$[E] = \frac{Н}{Кл} = \frac{В}{м}$$

Найдём модуль вектора напряженности электрического поля, которое создается зарядом Q, в точке на расстоянии от него, используя известное из закона Кулона выражение для силы электростатического взаимодействия данного и пробного зарядов: $E = \frac{F}{q_п} = k\frac{Qq_п}{r^2 q_п} = k\frac{Q}{r^2}$ Таким образом, величина напряженности электрического поля зависит только от заряда, который это поле создает, и от расстояния между зарядом и точкой, для которой вычисляется значение напряженности. Вектор напряженности лежит на прямой, соединяющий заряд и данную точку, а о направлении этого вектора будет сказано ниже.

Суперпозиция электрических полей

Найдём напряженность электрического поля, которое создается двумя зарядами, пользуясь принципом суперпозиции: каждый заряд создаёт электрическое поле в одной и той же точке так, как будто другого заряда нет (см. рис. 2).

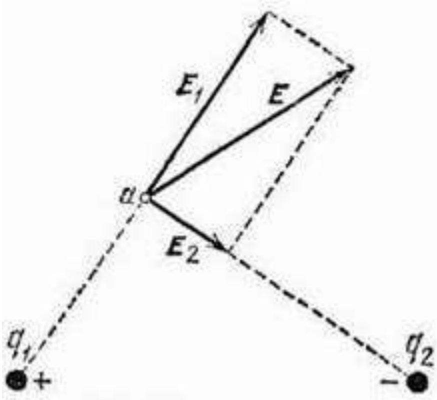


Рис. 2. Напряженность электрического поля двух зарядов.

Заметим, что вектор напряженности электрического поля положительного заряда направлен от него, а отрицательного – к нему. Результирующий вектор напряженности электрического поля двух зарядов в данной точке является геометрической (векторной) суммой векторов напряженностей обоих зарядов и находится по правилу сложения векторов методом параллелограмма. Выражение для полученного таким образом вектора напряженности в случае произвольного количества зарядов записывается так:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \cdots$$

Силовые линии электрического поля

Электрическое поле, создаваемое одним или несколькими заряженными телами, можно изобразить графически с помощью силовых линий.

Определение: **Силовые линии** электрического поля – это непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с векторами напряженности (см. рис. 3).

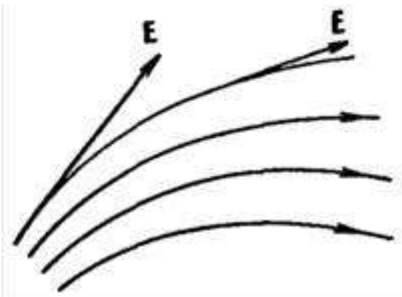


Рис. 3. Силовые линии произвольного электрического поля

Изображение электрического поля с помощью силовых линий очень субъективно, но необходимо придерживаться следующих правил:

- **силовые линии не пресекаются**, то есть через каждую точку пространства может проходить только одна силовая линия;
- **силовые линии не замкнуты**, то есть начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных;
- **густота силовых линий** определяет, насколько велика абсолютная величина напряженности электрического поля в данной области пространства.

Используя эти правила, рассмотрим для начала силовые линии электрического поля уединенных зарядов – зарядов, которые расположены на огромном расстоянии от других зарядов и не ощущающих влияния с их стороны (см. рис. 4).

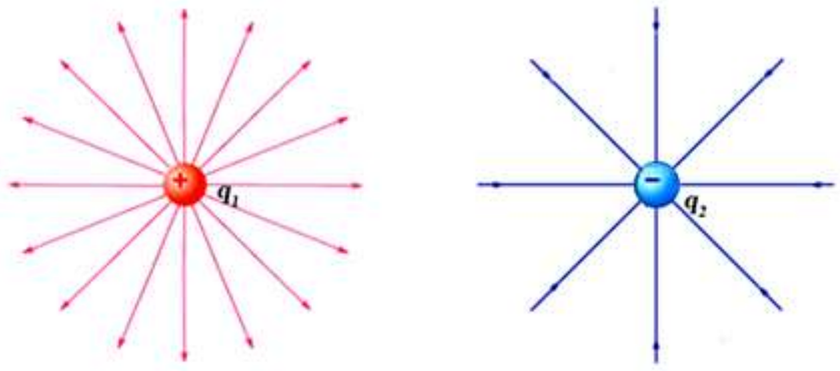


Рис. 4. Силовые линии электрических полей различных уединенных зарядов

Заряд q_1 в два раза больше заряда q_2 по абсолютной величине, поэтому он создает в два раза более сильное электрическое поле, и, по собственной договоренности, изображаем силовые линии вокруг него в два раза гуще. Силовые линии электрического поля уединенного заряда уходят в бесконечность. Напряженность поля очень сильно уменьшается с увеличением расстояния от заряда. В действительности рассмотреть поле уединенного заряда и зарегистрировать очень маленькое значение напряженности на большом расстоянии от него очень сложно.

Если силовые линии электрического поля параллельны друг другу и их густота одинакова, то такое электрическое поля называется **однородным** и не изменяется с расстоянием. Если силовые линии не параллельны друг другу и их густота разная в различных областях пространства, то такое поле называется **неоднородным**. Область пространства, в которой силовые линии гуще, характеризуется бо́льшим значением напряженности, чем область пространства, в которой силовые линии реже.

Рассмотрим теперь электрическое поле, созданное двумя разноименными зарядами, одинаковыми по абсолютной величине, разнесенными на конечное расстояние, или **электрическим диполем** (см. рис. 5а). Электрическое поле двух одинаковых одноименных зарядов изображено на рис. 5б. В небольшой области пространства между зарядами электрическое поле и вовсе отсутствует.

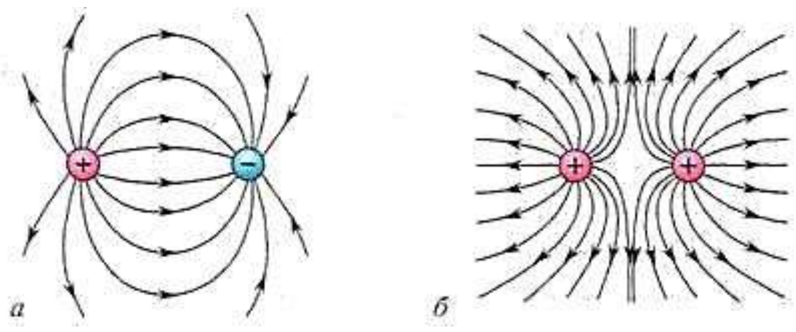


Рис. 5. Силовые линии поля электрического диполя (а) и одноименных зарядов (б)

Задача 1 (закон сохранения электрического заряда и закон Кулона)

Два одинаковых шарика обладают зарядами 8 нКл и -4 нКл. Шарики приводят в соприкосновение и разводят на прежние места. Как изменилась сила взаимодействия этих зарядов (заряженных шариков)?

Дано: $q_1 = 8$ нКл; $q_2 = -4$ нКл

Найти: $\frac{F_1}{F}$, F_1 – кулоновская после взаимодействия шариков; F – кулоновская сила, которая была до соприкосновения шариков.

Решение

Переводим данные в систему СИ:

$q_1 = 8 \text{ нКл} = 8 \cdot 10^{-9} \text{Кл}$

$q_2 = -4 \text{ нКл} = -4 \cdot 10^{-9} \text{Кл}$

Система из двух шариков замкнутая, следовательно, сумма зарядов, входящих в эту систему, остаётся величиной постоянной (закон сохранения электрического заряда):

$q_1 + q_2 = Q$

Так как шарики одинаковые, то при соприкосновении заряд перераспределится и заряды шариков будут одинаковыми ($q_1 = q_2 = q$):

$$q_1 + q_2 = 2q$$

$$q = \frac{Q}{2} = \frac{q_1+q_2}{2} = \frac{8-4}{2} = 2\,[\text{нКл}] = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

Запишем кулоновскую силу до взаимодействия зарядов (шариков):

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{\varepsilon \cdot r^2}$$

Кулоновская сила после взаимодействия зарядов (шариков):

$$F_1 = \frac{k|q||q|}{\varepsilon \cdot r^2} = \frac{kq^2}{\varepsilon \cdot r^2}$$

Отношение этих сил равно:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{kq^2 \cdot \varepsilon \cdot r^2}{\varepsilon \cdot r^2 \cdot k|q_1||q_2|} = \frac{q^2}{|q_1||q_2|}$$

$$\frac{F_1}{F} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-9}} = \frac{1}{8}$$

Ответ: $F = 8F_1$

Задача 2 (закон Кулона, динамика)

На тонкой шёлковой нити подвешен шарик, масса которого – 2 г. Этот шарик обладает зарядом 2 нКл. На какое расстояние надо поднести к данному шарику другой шарик, заряд которого 5 нКл, чтобы натяжение нити уменьшилось в два раза?

Дано: $m = 2$ г; $q = 2$ нКл; $q_1 = 5$ нКл; $T = 2T_1$ (T – первоначальная сила натяжения, T_1 – сила натяжения после того, как поднесли другой шарик).

Найти: r

Решение

Переводим данные в систему СИ:

$m = 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$

$q = 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{Кл}$

$q_1 = 5 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-9} \text{Кл}$

1. Укажем силы, действующие на шарик при отсутствии внешнего электрического поля (см. Рис. 6):

- сила натяжения – $\vec{T}$;

- сила тяжести – $m\vec{g}$.

Эти силы направлены в разные стороны. Согласно первому закону Ньютона:

$\vec{T} + m\vec{g} = 0$ (шарик находится в состоянии покоя)

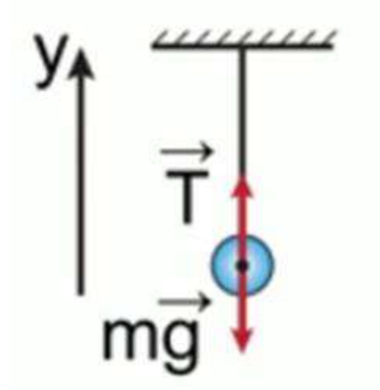


Рис. 6. Иллюстрация к задаче

Сила натяжения совпадает по направлению с выбранной осью *OY*, сила тяжести направлена против оси *OY*:

$T - mg = 0$

$T = mg$

2. Второй шарик подносим к первому снизу, как показано на рисунке 7 (шарики обладают положительными зарядами, поэтому сила электрического действия ($\overrightarrow{F_{эл}}$) будет уменьшать силу натяжения нити ($\vec{T}$)).

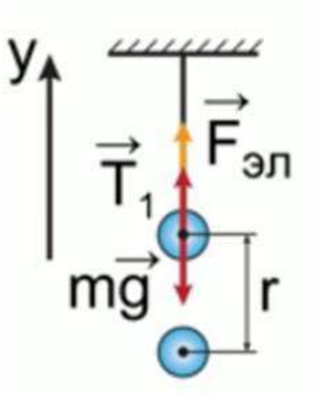


Рис. 7. Иллюстрация к задаче

Относительно оси *OY* запишем выражение:

$$T_1 + F_{эл} - mg = 0$$

Так как $T = 2T_1$, а $T = mg$:

$$T_1 = \frac{mg}{2}$$

$$\frac{mg}{2} + F_{эл} - mg = 0$$

$$\frac{mg}{2} + F_{эл} - \frac{2mg}{2} = 0$$

$$F_{эл} - \frac{mg}{2} = 0$$

$$F_{эл} = \frac{mg}{2}$$

Электрическая сила ($F_{эл}$) является кулоновской силой, поэтому:

$$F_{эл} = F_{кл} = \frac{k|q||q_1|}{\varepsilon \cdot r^2}$$

$$\frac{k|q||q_1|}{\varepsilon \cdot r^2} = \frac{mg}{2}$$

Из данного выражения найдём искомое значение r – расстояние между зарядами (шариками):

$$r^2 = \frac{k|q||q_1| \cdot 2}{\varepsilon \cdot mg}$$

$$r = \sqrt{\frac{k|q||q_1| \cdot 2}{\varepsilon \cdot mg}}$$

$\varepsilon = 1$; $k = 9 \cdot 10^9$ Нм/Кл^2 – для вакуума

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 9{,}8}} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Ответ: $r = 3 \cdot 10^{-3}$ м $= 3$ мм

Задача 3 (напряжённость электрического поля)

Капля масла, масса которой 10^{-4} г, находится в электрическом поле во взвешенном состоянии. Напряжённость электрического поля равна 100 Н/Кл. Необходимо определить заряд капли масла.

Дано: $m = 10^{-4}$ г; $E = 100$ Н/Кл

Найти: q

Решение

Переводим данные в систему СИ:

$m = 10^{-4}$ г $= 10^{-7}$ кг

На рисунке 8 изображена капля, находящаяся в однородном электрическом поле (между положительно заряженной плоскостью (внизу) и отрицательно заряженной плоскостью (вверху)).

Капля будет находиться в состоянии покоя, если сила тяжести, действующая на неё, и сила электрического действия ($F_{эл}$) (то есть кулоновская сила, которая действует на заряд, сосредоточенный на капле) обеспечивают ей равновесие.

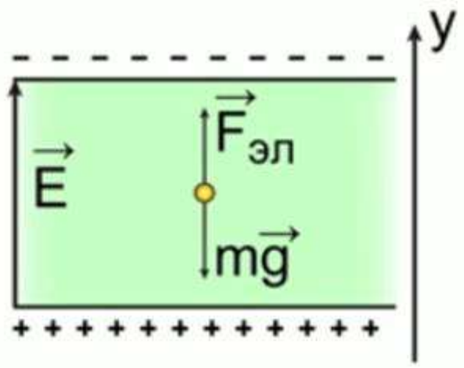


Рис. 8. Иллюстрация к задаче

$\overrightarrow{F_{эл}} + \overrightarrow{mg} = 0$

Согласно направлению векторов действующих сил и выбранной оси OY:

$F_{эл} - mg = 0$

$F_{эл} = mg$

Напряжённость электрического поля равна отношению электрической силы к заряду, помещённому в это поле:

$E = \frac{F_{эл}}{q}$

$F_{эл} = E \cdot q$

Так как $F_{эл} = mg$, то:
$mg = E \cdot q$

Из полученного выражения найдём заряд капли масла:
$q = \frac{mg}{E}$

$q = \frac{10^{-7} \cdot 10}{100} = 10^{-8}$ Кл

Ответ: $q = 10^{-8}$ Кл

Электрическое поле действует на помещенный в него заряд с силой, которая определяется величиной заряда и напряженностью поля в данной точке.

$\vec{F} = q\vec{E}$

Если эта сила перемещает заряд – то она совершает работу. Даже если заряда в поле нет, то **потенциал**ьно эта работа все равно может быть совершена, как только он там окажется. Из опыта других разделов физики мы знаем, что работа связана с энергией.

Для решения некоторых задач удобно использовать энергетическую модель описания электрического поля. Проведем аналогию с гравитационным полем.

Понятие потенциала

Если мы поднимем тело массы m, лежащее на земле на высоту h (см. рис. 9), мы изменим его потенциальную энергию на величину mgh. Именно такую работу A и необходимо совершить для этого подъема.

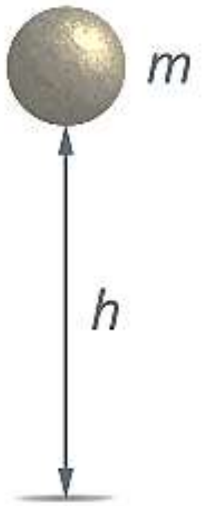


Рис. 9. Изменение потенциальной энергии

$\Delta E = mgh = A$

Для любой массы M разница энергий на высоте 0 и h будет равна mgh (см. рис. 10).

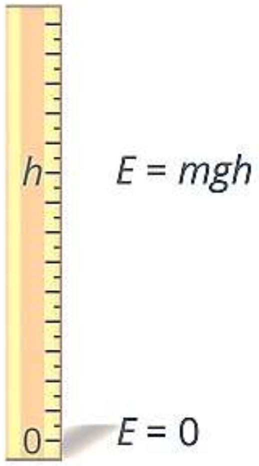


Рис. 10. Разница потенциальных энергий

Если разделить значение потенциальной энергии mgh на массу, мы получим величину, характеризующую гравитационное поле в данной точке. Выражение gh уже не зависит от массы, оно показывает работу, которую необходимо совершить для переноса тела, с некоторой массой, на высоту h, деленную на эту массу.

Теперь посмотрим, как ввести аналог потенциальной энергии приведенной на единицу массы в электрическом поле.

На заряд q, находящийся в поле другого заряда Q, закрепленного в некоторой точке пространства, действует сила Кулона $F = k\frac{qQ}{r^2}$. Эта сила может переместить заряд q, совершив при этом работу. Значит, система двух зарядов, находящихся на определенном расстоянии, обладает потенциальной энергией, зависящей от величины зарядов и расстояния между ними.

Если по аналогии с гравитационным полем рассмотреть величину, равную этой энергии, деленной на заряд q, то она уже не будет зависеть от заряда q и охарактеризует только поле заряда Q в данной точке. То есть будет являться функцией заряда Q и расстояния между зарядами. Эта величина и называется **потенциалом электрического поля**.

Разность потенциалов двух точек, умноженная на величину заряда q, равна работе, необходимой для перемещения этого заряда между этими точками. То есть разность потенциалов двух точек поля – это работа по перемещению между ними единичного заряда.

Как и в поле сил тяжести, эта работа не зависит от траектории и определяется только положением точек, между которыми перемещается единичный заряд. Такие поля называют **консервативными**. В разделе «Механика» мы уже говорили, что энергия – величина, требующая для измерения задания «начала отсчета». Например, в гравитационном поле мы можем считать нулевой потенциальную энергию тела, находящегося на уровне земли. В случае электростатического поля, создаваемого зарядом, естественно считать нулевой потенциальной энергией некоторого заряда, находящегося в поле, его энергию на бесконечном удалении от заряда, в поле которого он находится. Это и есть «точка отсчета» для потенциальной энергии поля заряда.

Потенциал поля в некоторой точке равен работе по перемещению единичного заряда из этой точки на бесконечность.

Выражение для потенциала поля точечного заряда

Пусть положительный заряд q находится на расстоянии r_1 от положительного заряда Q (см. рис. 11).

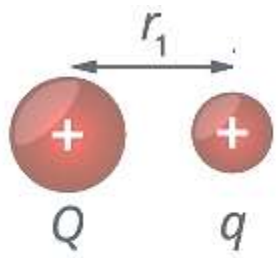


Рис. 11. Изначальное положение заряда q

Какую работу совершит электрическое поле при перемещении заряда q вдоль радиуса в точку, отдаленную на $r_2 > r_1$ от Q? (См. рис. 4.)

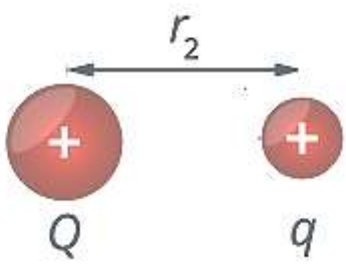


Рис. 12. Конечное положение заряда q

По определению работа силы равна этой силе, умноженной на перемещение:

$A = F(r_2 - r_1)\cos\alpha$

В данном случае действует сила электрического взаимодействия (см. рис. 13), по закону Кулона $F = k\dfrac{Qq}{r^2}$.

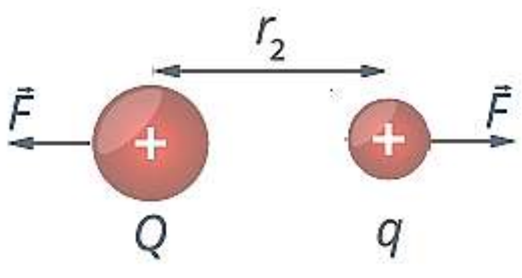


Рис. 13. Действие силы электрического взаимодействия

Сила и перемещение в нашем случае сонаправлены, $\alpha = 0$ и $A = F(r_2 - r_1)$. Так мы можем находить работу для случая, когда сила постоянна на всей траектории. Здесь же сила изменяется по мере отдаления зарядов друг от друга.

Обозначим перемещение заряда $H = r_2 - r_1$(см. рис. 14).

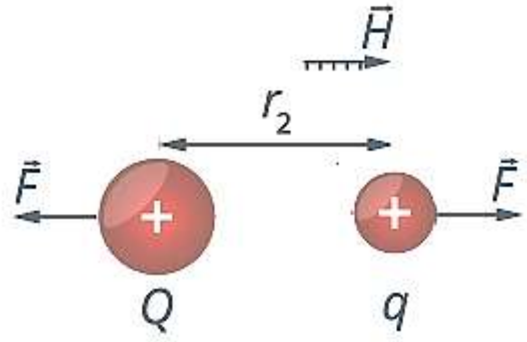


Рис. 14. Перемещение заряда

По мере перемещения заряда q сила изменяется, но на малом (в сравнении с расстоянием до заряда Q) отрезке можем считать ее постоянной и находить работу по определению, которое мы привели выше.

Работа, совершаемая силой Кулона на таком малом отрезке h равна Fh, где силу F можно считать постоянной на всем отрезке h. Тогда работа при перемещении на расстояние H будет равна сумме работ на N участках ($N=\frac{H}{h}$), на каждом из которых сила Кулона постоянна и равна $F_i=k\frac{Qq}{(r_1+ih)^2}$.

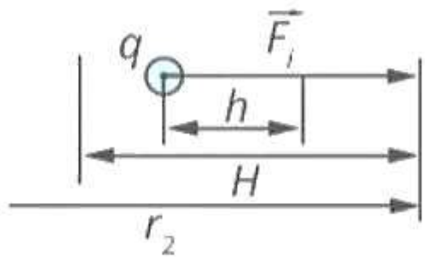
Эта сумма будет равна $A=k\frac{Qq}{r_1}-k\frac{Qq}{r_2}$

Подробный вывод этой формулы вы можете проследить в ответвлении.

Работа при перемещении электрического заряда

Работа по перемещению заряда на малом участке h равна:

$$A_i=F_ih=k\frac{Qqh}{(r_1+ih)^2}$$



Работа на участке H равна сумме работ на каждом участке h:

$$A=\sum_{i=1}^{N}A_i=\sum_{i=1}^{N}k\frac{Qqh}{(r_1+ih)^2}=kQq\sum_{i=1}^{N}\frac{h}{(r_1+ih)^2}$$

Воспользуемся приближенным равенством:

$$\frac{h}{(r+ih)^2}\approx\frac{1}{r+(i-1)h}-\frac{1}{r+ih}$$

Прежде чем его применить, покажем, что равенство справедливо. Приведем правую часть к общему знаменателю:

$$\frac{1}{r+(i-1)h}-\frac{1}{r+ih}=\frac{r+ih-(r+(i-1)h)}{(r+(i-1)h)\cdot(r+ih)}=$$

Раскроем скобки:

$$=\frac{r+ih-r-ih+h}{(r+ih-h)\cdot(r+ih)}=\frac{h}{r^2+ihr+ihr+(ih)^2-hr-ih^2}=$$

Заметим, что h – пренебрежимо малая по сравнению с r величина, ih не может считаться пренебрежимо малой, т. к. количество i участков h велико. Поэтому в знаменателе можем пренебречь членами hr и $ih^2=ih\cdot h$.

$$=\frac{h}{r^2+2ihr+(ih)^2}=\frac{h}{(r+ih)^2}$$

Вернемся к нахождению работы. Распишем выражение по полученной формуле:

$$A=kQq\sum_{i=1}^{N}\frac{h}{(r_1+ih)^2}=kQq\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{r_1+(i-1)h}-\frac{1}{r_1+ih}\right)=$$

Распишем сумму:

$$=kQq\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_1+h}+\frac{1}{r_1+h}-\frac{1}{r_1+2h}+\cdots+\frac{1}{r_1+(N-1)h}-\frac{1}{r_1+Nh}\right)=$$

$$=kQq\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_1+H}\right)=k\frac{Qq}{r_1}-k\frac{Qq}{r_2}$$

Мы знаем, что работа связана с энергией. Система обладает энергией, если силы, возникающие в системе, могут выполнить работу (в нашем случае это сила электростатического взаимодействия зарядов). Работа равна уменьшению потенциальной энергии:

$$A_{1\to2}=-\Delta W_п=W_{п1}-W_{п2}$$

Сравнив с выражением $A_{1\to2}=k\frac{Qq}{r_1}-k\frac{Qq}{r_2}$, делаем вывод, что $W_п=k\frac{Qq}{r}$ – это **потенциальная энергия** $W_п$ взаимодействия двух зарядов. Ранее мы приняли, что потенциальная энергия заряда, отдаленного от источника электрического поля на бесконечность, равна нулю. Посмотрим, как с этим согласуется полученная формула:

$$W_п=\ k\frac{Qq}{r}$$

Действительно, $W_п$ будет равна нулю на бесконечном отдалении от заряда Q, т. к. $k\frac{Qq}{r}\to0$ при $r\to\infty$.

Теперь проверим, как полученный результат соотносится с моделью, в которой разноименные заряды обозначены знаками плюс и минус. Если заряды одноименные, то потенциальная энергия взаимодействия положительна $k\frac{Qq}{r}>0$. Система стремится к состоянию с наименьшей потенциальной энергией (как и, например, камень на некоторой высоте h над поверхностью земли, предоставленный сам себе, будет падать вниз, т. е. уменьшать высоту и с ней потенциальную энергию mgh)

Действительно, заряды будут отталкиваться и сила электрического взаимодействия будет вызывать перемещение заряда на большее расстояние, потенциальная энергия $k\frac{Qq}{r}$ будет уменьшаться.

Если заряды разноименные, то потенциальная энергия взаимодействия $k\frac{Qq}{r}$ имеет знак минус. Заряды притягиваются, и сила их взаимодействия вызывает перемещение заряда на меньшее расстояние r, потенциальная энергия $-k\frac{Qq}{r}$ уменьшается.

Потенциал электрического поля

Энергия заряда q в поле заряда Q, равная $k\frac{Qq}{r}$, зависит от величин обоих зарядов. Характеристика поля, созданного зарядом Q, естественно, не должна зависеть от величины помещенного в него заряда. Разделим $W_п$ на q и получим $\frac{W_п}{q} = k\frac{Q}{r}$. Эта величина называется **потенциалом электрического поля** и обозначается буквой φ. Эта характеристика поля показывает, какой энергией обладает положительный заряд, помещенный в данную точку поля. Как и энергия, потенциал – скалярная величина, измеряется в вольтах.

В нашем случае $\varphi = k\frac{Q}{r}$ – потенциал поля точечного заряда. Точка отсчета потенциалов в нашем случае естественным образом является бесконечно отдаленной точкой (см. рис. 15).

Рис. 15. Точка отсчета потенциалов

В зависимости от задачи точкой отсчета выбирают потенциал поверхности Земли, потенциал отрицательно заряженной пластины конденсатора или потенциал любой другой точки, удобной для решения задачи.

Таким образом, пользуясь определением потенциала, можно вычислить потенциальную энергию заряда, находящегося в электростатическом поле:

$$W_п = \varphi q$$

и работу поля по перемещению заряда из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2)q$$

Электрическое поле является консервативным, его работа не зависит от траектории движения заряда, а зависит только от перемещения.

Заряд всегда распределен на каком-то теле, имеющем геометрические размеры. На расстояниях, много больших размеров тела, поле слабо зависит от объема и формы этого тела, и потому модели точечного заряда достаточно. Например, потенциал поля заряженного металлического шара при $r > R$ эквивалентен потенциалу поля точечного заряда (см. рис. 16):

Рис. 16. Потенциал поля при $r > R$

$$\varphi = k\frac{Q}{r}.$$

Внутри шара потенциал во всех точках одинаков и равен потенциалу на поверхности шара (см. рис. 17):

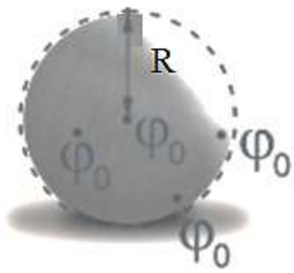


Рис. 17. Потенциал внутри шара

$$\varphi_0 = k\frac{Q}{R}.$$

Если бы это было не так, то потенциальная энергия в разных точках внутри шара отличалась бы, а, так как внутри металла есть свободные носители заряда, поле выполняло бы работу по перемещению зарядов. В итоге электроны переместились бы в область большего потенциала, тем самым уменьшив его. Таким образом, потенциал во всех точках приравнивается.

Потенциал подчиняется принципу суперпозиции. При наличии нескольких источников поля складываются как векторы напряженности поля, так и потенциалы:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots$$

Задача 1

При перемещении заряда между точками с разностью потенциалов 1 кВ электрическое поле совершило работу 40 мкДж. Чему равен заряд?

Это простая задача на понимание смысла величины разности потенциалов.

Разность потенциалов равна работе по переносу заряда, деленной на величину этого заряда.

$$\Delta\varphi = \frac{A}{q}$$

Выразим значение заряда:

$$q = \frac{A}{\Delta\varphi}$$

И вычислим ответ:

$$q = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{3}} = 40 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} = 40\ \text{нКл}$$

Ответ: $q = 40$ нКл.

Задача 2

Какую работу надо совершить, чтобы перенести заряд 5 мкКл из бесконечности в точку поля, удаленную от центра заряженного шара на 18 см? Заряд шара – 20 мкКл.

Порассуждаем.

- Потенциал поля заряженного шара на бесконечности равен нулю. Следовательно, приближая заряд от бесконечности к шару, внешней силе нужно совершать работу для преодоления силы электростатического взаимодействия. Численно эта работа будет равна работе электрического поля заряженного шара по перемещения заряда с расстояния 18 см на бесконечность.

- Работа по переносу заряда в электрическом поле связана с разностью потенциалов между начальной и конечной точками траектории и величиной заряда.

$$\Delta\varphi = \frac{A}{q}$$

- Величина переносимого заряда у нас есть.

- Потенциал поля заряженного шара на бесконечности, как мы уже отметили, равен нулю. А в конечной точке траектории мы сможем его вычислить, пользуясь формулой для потенциала поля точечного заряда, которая справедлива и для поля вне заряженного шара.

Приступим к решению.

Найдем потенциал электрического поля заряженного шара в конечной точке траектории.

$$\varphi_к = k\frac{Q}{r}$$

Потенциал электрического поля заряженного шара на бесконечности равен нулю.

$$\varphi_н = 0$$

Разность потенциалов электрического поля по переносу заряда из точки с потенциалом $\varphi_к$ в точку с потенциалом $\varphi_н$ будет равна:

$$\Delta\varphi = \varphi_к - \varphi_н$$

В то же время она будет равна работе электрического поля по переносу заряда, деленной на заряд:

$$\Delta\varphi = \frac{A_э}{q}$$

Величина работы внешних сил, которую надо совершить, чтобы перенести заряд из точки с меньшим потенциалом в точку с большим потенциалом, равна работе электрического поля по переносу такого же заряда в обратном направлении.

$A = A_э$

Таким образом, мы получили систему из пяти уравнений, решив которую найдем искомую величину. Пронаблюдать математическую часть решения задачи вы можете в свертке.

Ответ: $A = 5$ Дж.

Математическая часть решения задачи 2

$$\begin{cases} \varphi_к = k\dfrac{Q}{r} \\ \varphi_н = 0 \\ \Delta\varphi = \varphi_к - \varphi_н \\ \Delta\varphi = \dfrac{A_э}{q} \\ A = A_э \end{cases}$$

Подставим выражения для потенциалов из первого и второго уравнений в третье:

$$\Delta\varphi = k\frac{Q}{r} - 0 = k\frac{Q}{r}$$

Подставим полученную разность потенциалов в четвертое уравнение.

$$k\frac{Q}{r} = \frac{A_э}{q}$$

И выразим работу электрического поля:

$$A_э = k\frac{Qq}{r}$$

Согласно пятому уравнению это и есть искомая работа A.

$$A = A_э = k\frac{Qq}{r}$$

Подставим данные из условия и рассчитаем ответ:

$$A = 9 \cdot 10^9 \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0{,}18} = 5 \text{ Дж}$$

Задача решена.

Домашнее задание

1. Какой вид имеет формула для работы электрического поля?
2. Что такое потенциал электрического поля?
3. Какая сила действует на заряд 12 нКл, помещенный в точку, в которой напряженность электрического поля равна 2 кВ/м?
4. Найти напряженность поля заряда 36 нКл в точках, удаленных от заряда на 9 см и 18 см.
5. На каком расстоянии друг от друга заряды 1 мкКл и 10 нКл взаимодействуют с силой 9 мН?
6. Решите задачу: точечный заряд $q = 1$ нКл, находясь в некоторой точке поля, обладает потенциальной энергией 1 мкДж. Найдите потенциал этой точки поля.