Задание:

- Повторить теоретический материал;
- Используя методические рекомендации, решить практическую работу;
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Практическое занятие
Тема: *Логарифмические уравнения и неравенства*.

Цель: Закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

Перед выполнением практической работы необходимо повторить основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств.

Учебный элемент № 1

Цель: закрепить решение простейших логарифмических уравнений вида $\log_a x$ =в (где *а* >0, *а* ≠1).

Рекомендации к выполнению:

Вспомните определение логарифма.

Повторите схему решения логарифмических уравнений вида $\log_a x = в$

Логарифмическая функция возрастает (или убывает) на промежутке (0; +∞) и принимает на этом промежутке все действительные значения. По теореме о корне для любого ***в*** данное уравнение имеет единственное решение. Из определения логарифма следует, что $a^в$ является таким решением.

Пример: решите уравнение $\log_2(4x + 3) = 3$

Решение: $\log_2(4x + 3) = 3$

$4x + 3 = 2^3$

$4x = 8 - 3$

$4x = 5$

$x = 1\frac{1}{4}$ Ответ: $1\frac{1}{4}$

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин)

I вариант	II вариант
1. $\log_3 x = 2$ (1 б)	1 .$\log_2 x = 3$ (1 б)
2.$\log_5 x = -2$ (1б)	2. $\log_4 x = -2$ (1 б)
3.$\log_2(x - 4) = 3$ (1 б)	3. $\log_5(13 - x) = 2$ (1 б)
4.$\log_8(x^2 - 1) = 1$ (1 б)	4. $\log_2(x^2 - 1) = 3$ (2 б)
5.Lg(2 -5x)= 1 (2 б)	5. Lg(7-x) = -1 (2б)

Учебный элемент № 2

Цель: закрепить умения решать логарифмические уравнения методом введения новой переменной.

Рекомендации к выполнению:

Внимательно разберите решение примера и выполните задания самостоятельной работы.

Пример. Решите уравнение $\log_2 x$ - $\log_2 x - 2 = 0$

- Решение: Введем новую переменную t, t= $\log_2 x$, тогда уравнение примет вид
  $t^2 - t - 2 = 0$
  $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1(-2) = 9$
  $t_1 = \frac{1+3}{2} = 2$; $t_2 = \frac{1-3}{2} = -1$

Если t = 1 тогда: $\log_2 x = -1$, $x = 2^{-1}$, $x = \frac{1}{2}$

Если t =2, тогда: $\log_2 x = 2$, $x = 2^2$, $x = 4$ Ответ: $\frac{1}{2}$; 4

Выполните письменную самостоятельную работу (10 мин)

Iвариант	IIвариант
1. $\log_3 x - 3\log_3 x + 2 = 0$ (2 б)	1. $\log_3 x - 3\log_3 x + 2 = 0$ (2 б)
2. $\log_2 x - .\log_2 x = 2$ (2 б)	2. $\log_{\frac{2}{\frac{1}{3}}} x$ - $\log_3 x = 6$ (2б)

Учебный элемент № 3

Цель: закрепить навыки решения логарифмических уравнений вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

Рекомендации к выполнению:

Помните, что решение таких уравнений основано на том, что такое уравнение равносильно уравнению f(x) =g(x) при дополнительных условиях f(x) > 0 ,g(x) > 0.

Можно при решении таких уравнений использовать следующую схему:

$$log_a f(x) = log_a g(x)$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Внимательно разберите данные ниже решения и выполните задания самостоятельной работы.

Пример: Решите уравнения. $\log_2(x^2 - 3x + 1) = \log_2(2x - 3)$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 2x - 3, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 3x + 1 = 2x - 3$

$$x^2 - 3x + 1 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_1 = \frac{5+3}{2} = 4, \qquad x_2 = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$\begin{cases} x = 4 \text{ или } x = 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

x = 4 Ответ : 4.

Пример: Решите уравнение $Lg(x^2 + 75) - Lg(x - 4) = 2$

Решение: $Lg(x^2 + 75) - Lg(x-4) = 2$

Найдем ОДЗ : $\begin{cases} x^2 + 75 > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \text{ –любое число} \\ x > 4 \end{cases}$ ОДЗ: $(4; +\infty)$

$Lg(x^2 + 75) = 2 + Lg(x-4)$

$Lg(x^2 + 75) = Lg\,100 + Lg(x-4)$

$Lg(x^2 + 75) = Lg(100x - 400)$

$x^2 + 75 = 100x - 400$

$x^2 - 100x + 75 + 400 = 0$

$x^2 - 100x + 475 = 0$

$D = 100^2 - 4\ 1\ 475 = 100\ 000 - 1900 = 8100$

$x_1 = \frac{100+90}{2} = 95$

$x_2 = \frac{100-90}{2} = 5$ 95 и 5 входят в ОДЗ

Ответ: 95; 5.

Выполните самостоятельную работу (20 мин).

Iвариант	IIвариант
1. $\log_3(3x-5)=\log_3(x-3)$ (2 б)	1. $\log_3(2x-7)=3\log(3x-1)$ (2 б)
2. $Lg(x^2-17)=Lg(x+3)$ (3 б)	2. $\log_2(x-1)=\log_2(x^2-x-16)$ (3б)
3. $\log_3(x+5)+\log_3(x+1)=\log_3 5$ (4 б)	3. $Lg(x+1)+Lg(x-1)=Lg3^2$ (4б)

УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ № 4

Цель: закрепить умения решать простейшие логарифмические неравенства.

Рекомендации к выполнению:

Решение логарифмических неравенств основано на том, что функция $y = \log_a x$ при $a>1$ является монотонно возрастающей на своей области определения, а при $0<a<1$монотонно убывающей на своей области определения.

При переходе от простейшего неравенства к равносильным системам неравенств, не содержащих знака логарифма следует учитывать область допустимых значений исходного неравенства.

При решении логарифмических неравенств пользуйтесь следующей схемой:

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$	$\log_a f(x) < \log_a g(x)$
$a > 1$: $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$ $0 < a < 1$: $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$	$a > 1$: $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$ $0 < a < 1$: $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$

Пример: $\log_3(2x-5)< 2$

Решение: $\log_3(2x-5) < 2$

$\log_3(2x-5) < \log_3 9$

Функция $y = \log_3 t$ – возрастающая

$$\begin{cases} 2x-5< 9 \\ 2x-5 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x <14 \\ 2x >5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x <7 \\ x>2,5 \end{cases} \qquad x \in (2,5;\ 7)$$

Ответ: $x \in (2,5;\ 7)$

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин)

Iвариант	IIвариант
1. $\log_5(3-8x) > 0$ (1 б)	1. $\log_3(2+x) > 0$ (1б)
2. $\log_3(x-8) \le 1$ (1 б)	2. $\log_2(3x-2) \le 1$ (1 б)
3. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -2$ (1 б)	3. $\log_{\frac{1}{3}}(x+2) > -2$ (1 б)
4. $Lg(x^2+2x+2) <1$ (2 б)	4. $Lg(x^2+x+4)< 1$ (2 б)

Учебный элемент № 5

Цель: закрепить умение решать логарифмические неравенства с использованием свойств логарифмов.

Рекомендации к выполнению:

Внимательно рассмотрите решение примеров и выполните задания самостоятельной работы.

Пример: Найдите наибольшее целое решение неравенства:

$\log_3(2x+1) - \log_3 5 < 0$

Решение:

$\log_3(2x+1) - \log_3 5 < 0$

$\log_3(2x+1) < \log_3 5$

Так как основания логарифмов одинаковы и больше 1, то последнее неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} 2x+1 > 0, \\ 2x+1 < 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > -1, \\ 2x < 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x < 2. \end{cases} \qquad x \in (-\frac{1}{2}; 2)$$

Т.к. число 2 данному промежутку не принадлежит, то наибольшее целое значение x равно 1. Ответ: 1.

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин.)

I вариант	II вариант
1.Найдите наибольшее целое решение неравенства: $\log_2(3-2x) - \log_2 13 < 0$ (2б)	1. Найдите наибольшее целое решение неравенства: $\log_{\frac{1}{3}}(3x+1) - \log_{\frac{1}{3}} 6 > 0$ (2б)
2. Найдите наименьшее целое решение неравенства: $\log_2(2x-1) - \log_2(x+1) < 0$ (3б)	2.Найдите наименьшее целое решение неравенства: $\log_5(3x+1) - \log_5(x-2) > 0$ (3б)

Рекомендации к оцениванию:

Ну а теперь , можно подвести итоги.
Набранные баллы по каждому учебному элементу запишите в оценочный бланк и подведите итоги работы.
Сделайте выводы.
Если вы набрали при выполнении учебных элементов №1-5
от 15 баллов до 20 – оценка «3»
от 21 баллов до26 - оценка «4»
от 27 баллов до 29 - оценка «5»
не менее 15 оценка «2»