Уважаемые студенты!

Задание:

1. Ознакомиться с теоретической частью.
2. Решить задание к практической работе.
3. Фотоотчет выполненного задания предоставить преподавателю не позже 14.06.21г.

Практическая работа

РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ ТЬЮРИНГА И НОРМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ МАРКОВА

***ЦЕЛЬ РАБОТЫ*:** научиться строить машины Тьюринга и применять нормальные алгоритмы Маркова.

Для выполнения работы необходимо ***знать*** основы теории алгоритмов; необходимо ***уметь*** формулировать задачи логического характера и применять методы математической логики для их решения.

ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ: 90 минут.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Для уточнения понятия алгоритм его заменили строго формализованными математическими моделями: рекурсивные функции, машины Тьюринга и нормальные алгоритмы Маркова.

Машина Тьюринга состоит из ленты бесконечной длины, разделенной на ячейки, и управляющей головки, которая перемещается вдоль ленты.

Создать (запрограммировать) МТ означает создать ее **устройство управления** – нарисованную или напечатанную на листе бумаги прямоугольная таблица.

Входные символы / Состояния	s_0	s_1	s_2	s_n
q_1				
q_2				
q_n				

Команды ТМ

Команды ТМ записываются в виде: символ, направление передвижения, состояние.

Пример 1. На ленте есть слово, состоящее из символов #, $, 1 и 0. Составить программу, заменяющую все символы # и $ на нули. В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.

Решение

Рассмотрим пример ленты для описанной машины Тьюринга:

	S_0Hq_0	$1Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$		

S_0	1	#	$	0	S_0	

△

q_1 – состояние изменения символа и движения влево; q_1 – состояние остановки.

Получим следующую программу:

	S_0	1	0	#	$
q_1	S_0Hq_0	$1Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$	$0Лq_1$

*Пример 2***.** Построить машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу на ленте. Машина должна прибавить единицу к последней цифре числа.

Если последняя цифра равна 9, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

Решение. Входное слово состоит из цифр целого десятичного числа, записанных в последовательные ячейки на ленте.

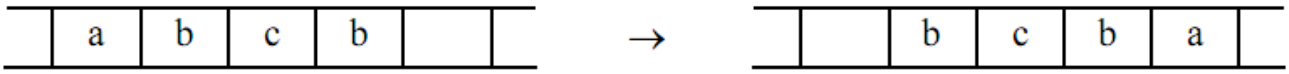
Программа для данной машины Тьюринга может выглядеть так:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	S_0
q_1	$1Hq_0$	$2Hq_0$	$3Hq_0$	$4Hq_0$	$5Hq_0$	$6Hq_0$	$7Hq_0$	$8Hq_0$	$9Hq_0$	$0Лq_0$	$1Hq_0$

q_1 — состояние изменения цифры, q_0 — состояние останова.

Пример 3. Алфавит машины Тьюринга состоит из символом a,b,c. Составить программу, которая переносит первый символ непустого слова P в его конец.

Например:



Решение

Для решения этой задачи предлагается выполнить следующие действия:

1. Запомнить первый символ слова, используя различные состояния машины.
2. Стереть этот символ.
3. Перегнать автомат вправо под первую пустую клетку за словом, и записать в неё запомненный символ.

Программа будет следующей:

	a	b	c	S_0	
q_1	$S_0Пq_2$	$S_0Пq_3$	$S_0Пq_4$	S_0Hq_0	q_1 – анализ 1 символа, его удаление и разветвление программы
q_2	$aПq_2$	$bПq_2$	$cПq_2$	$a\ Hq_0$	q_2 – запись справа a
q_3	$aПq_3$	$bПq_3$	$cПq_3$	$b\ Hq_0$	q_3 – запись справа b
q_4	$aПq_4$	$bПq_4$	$cПq_4$	$c\ Hq_0$	q_4 – запись справа c

Нормальным алгоритмом Маркова называется непустой конечный упорядоченный набор формул подстановок. **Формулой подстановки** называется запись вида α→β, где α и β – любые слова (возможно, и пустые).

Работа алгоритма Маркова состоит из нескольких шагов:

1. Формулы просматриваются сверху вниз, начиная с верхней, выбирается первая применимая формула, далее выполняется подстановка и получается новое слово P_1.
2. Далее полученное слово P_1 берется за исходное и снова формулы просматриваются сверху вниз, начиная с верхней и т.д.
3. Работа алгоритма повторяется до тех пор, пока либо не возникнет ситуация, когда ни одна подстановка не подходит - правило остановки; либо не будет установлено, что процесс подстановок не может остановиться.

Пример 4. Дано слово 1 + 2 + 2 + 1 + 4. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

1) 2 + 2 →4
2) 5 + 1 →6
3) 1 + 4 →5

Решение

$$1 + \underline{2 + 2} + 1 + 4 \overset{1}{\rightsquigarrow} \underline{1 + 4} + 1 + 4 \overset{3}{\rightsquigarrow} \underline{5 + 1} + 4 \overset{2}{\rightsquigarrow} 6 + 4$$

Т.к. больше не одна подстановка не подходит, то работа алгоритма заканчивается.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1. Постройте машину Тьюринга

1. На ленте есть слово, состоящее из символов %, #, 0 и 1. Разработайте программу, заменяющую все символы % на # и наоборот. В момент запуска головка находится над первой буквой слова справа. Завершается программа тогда, когда головка оказывается над пустым символом после самой левой буквы слова.
2. Постройте машину Тьюринга, которая прибавляет единицу к числу, записанному в пятеричной системе счисления. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа (машина должна прибавить

единицу к последней цифре числа, если последняя цифра равна 4, то ее заменить на 0 и прибавить единицу к предыдущей цифре).

3. Входной алфавит машины Тьюринга: A={a,b}. Составить программу, удаляющую из слова P его второй символ.

Т.е. надо запомнить и стереть первый символ, передвинуть головку вправо и на месте второго символа записать первый символ.

	S_0	a	b	b	a	S_0	→	S_0	b	b	a	S_0	→	S_0	a	b	a	S_0	
		↑							↑						↑				

Задание 2. Примените подстановки нормального алгоритма Маркова

1. Нормальный алгоритм задан алфавитом A={a,b} и схемой:
   1) ba→ab
   2) ab→λ

   Примените этот алгоритм к слову bbaabab.
2. Примените к слову МУХА следующую схему НАМ:
   1) Х→К
   2) М→Р
   3) КА→ЛОН
   4) РУ→С

3. Дано слово 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2. Какое слово получится в результате применения к нему марковских подстановок:

   1) 2 + 2 →4
   2) 1 + 1 →2
   3) 4 + 2 →6

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте тезис Черча.
2. Опишите машину Тьюринга.