

Задание:

- Повторить теоретический материал;
- Используя методические рекомендации, решить практическую работу;
- Фотоотчёт прислать в течении 3 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

Практическое занятие

Тема: *Логарифмические уравнения и неравенства.*

Цель: Закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

Перед выполнением практической работы необходимо повторить основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств.

Учебный элемент № 1

Цель: закрепить решение простейших логарифмических уравнений вида $\log_a x = b$ (где $a > 0, a \neq 1$).

Рекомендации к выполнению:

Вспомните определение логарифма.

Повторите схему решения логарифмических уравнений вида $\log_a x = b$

Логарифмическая функция возрастает (или убывает) на промежутке $(0; +\infty)$ и принимает на этом промежутке все действительные значения. По теореме о корне для любого b данное уравнение имеет единственное решение. Из определения логарифма следует, что a^b является таким решением.

Пример: решите уравнение $\log_2(4x + 3) = 3$

Решение: $\log_2(4x + 3) = 3$

$$4x + 3 = 2^3$$

$$4x = 8 - 3$$

$$4x = 5$$

$$x = 1 \frac{1}{4}$$

Ответ: $1 \frac{1}{4}$

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин)

I вариант	II вариант
1. $\log_3 x = 2$ (1 б)	1. $\log_2 x = 3$ (1 б)
2. $\log_5 x = -2$ (1 б)	2. $\log_4 x = -2$ (1 б)
3. $\log_2(x - 4) = 3$ (1 б)	3. $\log_5(13 - x) = 2$ (1 б)
4. $\log_8(x^2 - 1) = 1$ (1 б)	4. $\log_2(x^2 - 1) = 3$ (2 б)
5. $\text{Lg}(2 - 5x) = 1$ (2 б)	5. $\text{Lg}(7 - x) = -1$ (2 б)

Учебный элемент № 2

Цель: закрепить умения решать логарифмические уравнения методом введения новой переменной.

Рекомендации к выполнению:

Внимательно разберите решение примера и выполните задания самостоятельной работы.

Пример. Решите уравнение $\log_2 x - \log_2 x - 2 = 0$

- Решение: Введем новую переменную $t, t = \log_2 x$, тогда уравнение примет вид

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = 2; \quad t_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$

Если $t = 1$ тогда: $\log_2 x = -1, x = 2^{-1}, x = \frac{1}{2}$

Если $t = 2$, тогда: $\log_2 x = 2, x = 2^2, x = 4$

Ответ: $\frac{1}{2}; 4$

Выполните письменную самостоятельную работу (10 мин)

Ивариант	Пвариант
1. $\log_3 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$ (2 б)	1. $\log_3 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$ (2 б)
2. $\log_2 x - \log_2 x = 2$ (2 б)	2. $\log_{\frac{2}{3}} x - \log_3 x = 6$ (2б)

Учебный элемент № 3

Цель: закрепить навыки решения логарифмических уравнений вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

Рекомендации к выполнению:

Помните, что решение таких уравнений основано на том, что такое уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$ при дополнительных условиях $f(x) > 0, g(x) > 0$.

Можно при решении таких уравнений использовать следующую схему:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{array} \right.$$

Внимательно разберите данные ниже решения и выполните задания самостоятельной работы.

Пример: Решите уравнения. $\log_2(x^2 - 3x + 1) = \log_2(2x - 3)$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 2x - 3, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 3x + 1 = 2x - 3$

$$x^2 - 3x + 1 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_1 = \frac{5+3}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \text{ или } x = 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$x = 4$$

Ответ : 4.

Пример: Решите уравнение $\text{Lg}(x^2 + 75) - \text{Lg}(x - 4) = 2$

Решение: $\text{Lg}(x^2 + 75) - \text{Lg}(x - 4) = 2$

$$\text{Найдем ОДЗ: } \begin{cases} x^2 + 75 > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \text{ —любое число} \\ x > 4 \end{cases}$$

ОДЗ: $(4; +\infty)$

$$\text{Lg}(x^2 + 75) = 2 + \text{Lg}(x - 4)$$

$$\text{Lg}(x^2 + 75) = \text{Lg} 100 + \text{Lg}(x - 4)$$

$$\text{Lg}(x^2 + 75) = \text{Lg}(100x - 400)$$

$$x^2 + 75 = 100x - 400$$

$$x^2 - 100x + 75 + 400 = 0$$

$$x^2 - 100x + 475 = 0$$

$$D = 100^2 - 4 \cdot 1 \cdot 475 = 10000 - 1900 = 8100$$

$$x_1 = \frac{100+90}{2} = 95$$

$$x_2 = \frac{100-90}{2} = 5$$

95 и 5 входят в ОДЗ

Ответ: 95; 5.

Выполните самостоятельную работу (20 мин).

Ивариант	Пвариант
1. $\log_3(3x - 5) = \log_3(x - 3)$ (2 б)	1. $\log_3(2x - 7) = 3 \log(3x - 1)$ (2 б)
2. $\text{Lg}(x^2 - 17) = \text{Lg}(x + 3)$ (3 б)	2. $\log_2(x - 1) = \log_2(x^2 - x - 16)$ (3 б)
3. $\log_3(x + 5) + \log_3(x + 1) = \log_3 5$ (4 б)	3. $\text{Lg}(x + 1) + \text{Lg}(x - 1) = \text{Lg} 3^2$ (4 б)

УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ № 4

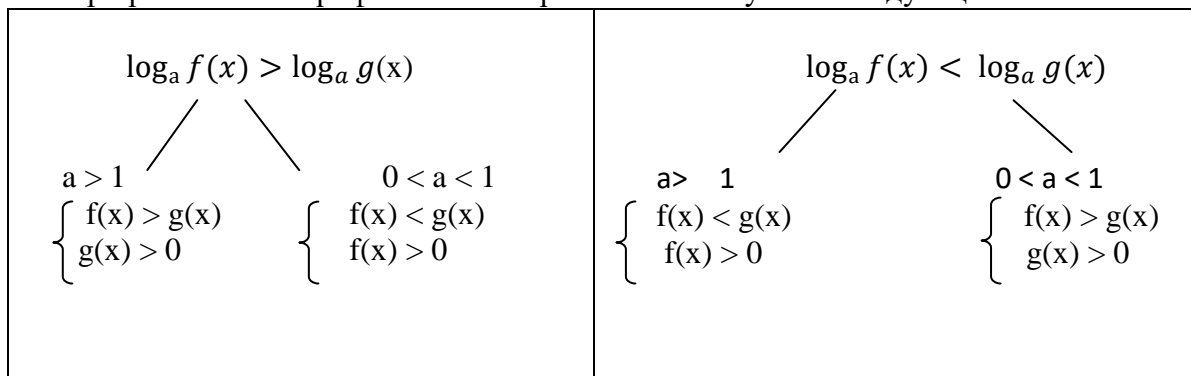
Цель: закрепить умения решать простейшие логарифмические неравенства.

Рекомендации к выполнению:

Решение логарифмических неравенств основано на том, что функция $y = \log_a x$ при $a > 1$ является монотонно возрастающей на своей области определения, а при $0 < a < 1$ монотонно убывающей на своей области определения.

При переходе от простейшего неравенства к равносильным системам неравенств, не содержащих знака логарифма следует учитывать область допустимых значений исходного неравенства.

При решении логарифмических неравенств пользуйтесь следующей схемой:



Пример: $\log_3(2x - 5) < 2$

Решение: $\log_3(2x - 5) < 2$

$\log_3(2x - 5) < \log_3 9$

Функция $y = \log_3 t$ – возрастающая

$$\begin{cases} 2x - 5 < 9 \\ 2x - 5 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < 14 \\ 2x > 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 7 \\ x > 2,5 \end{cases}$$

$$x \in (2,5; 7)$$

Ответ: $x \in (2,5; 7)$

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин)

Ивариант	Пвариант
1. $\log_5(3 - 8x) > 0$ (1 б)	1. $\log_3(2 + x) > 0$ (1 б)
2. $\log_3(x - 8) \leq 1$ (1 б)	2. $\log_2(3x - 2) \leq 1$ (1 б)
3. $\log_1(2x - 1) > -2$ (1 б)	3. $\log_1(x + 2) > -2$ (1 б)
4. $\text{Lg}(x^2 + 2x + 2) < 1$ (2 б)	4. $\text{Lg}(x^2 + x + 4) < 1$ (2 б)

Учебный элемент № 5

Цель: закрепить умение решать логарифмические неравенства с использованием свойств логарифмов.

Рекомендации к выполнению:

Внимательно рассмотрите решение примеров и выполните задания самостоятельной работы.

Пример: Найдите наибольшее целое решение неравенства:

$$\log_3(2x + 1) - \log_3 5 < 0$$

Решение:

$$\log_3(2x + 1) - \log_3 5 < 0$$

$$\log_3(2x + 1) < \log_3 5$$

Так как основания логарифмов одинаковы и больше 1, то последнее неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} 2x+1 > 0, \\ 2x+1 < 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > -1, \\ 2x < 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x < 2. \end{cases}$$

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$$

Т.к. число 2 данному промежутку не принадлежит, то наибольшее целое значение x равно 1.

Ответ: 1.

Выполните письменную самостоятельную работу (15 мин.)

I вариант	II вариант
1. Найдите наибольшее целое решение неравенства: $\log_2(3 - 2x) - \log_2 13 < 0$ (26)	1. Найдите наибольшее целое решение неравенства: $\log_{\frac{1}{3}}(3x + 1) - \log_{\frac{1}{3}} 6 > 0$ (26)
2. Найдите наименьшее целое решение неравенства: $\log_2(2x - 1) - \log_2(x + 1) < 0$ (36)	2. Найдите наименьшее целое решение неравенства: $\log_5(3x + 1) - \log_5(x - 2) > 0$ (36)

Рекомендации к оцениванию:

Ну а теперь, можно подвести итоги.

Набранные баллы по каждому учебному элементу запишите в оценочный бланк и подведите итоги работы.

Сделайте выводы.

Если вы набрали при выполнении учебных элементов №1-5

от 15 баллов до 20 – оценка «3»

от 21 баллов до 26 – оценка «4»

от 27 баллов до 29 – оценка «5»

не менее 15 оценка «2»