Уважаемые студенты!

- Изучите теоретический материал; напишите краткий конспект;
- Запишите все примеры решений;
- Решите домашнее задание;
- По вопросам обращаться 959-1098278 или hvastov@rambler.ru
- Фотоотчёт конспекта прислать в течение 2 дней со дня получения задания на hvastov@rambler.ru

ТЕМА: РЕШЕНИЕ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

Проверка домашнего задания.

B3-1. Найдите корень уравнения $5^{x-1} = \frac{1}{125}$.

B3-2. Найдите корень уравнения $2^{3x+2} = \frac{1}{16}$.

B3-3. Найдите корень уравнения $0{,}1^{-5x} = 100^{x+3}$.

B3-4. Найдите корень уравнения $2^{4x-3} = 0{,}125^{x+1}$.

B3-5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-9} = 64^{x+1}$.

B3-6. Найдите корень уравнения $81^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{5-2x}$.

B3-7. Найдите корень уравнения $2^{2x+3} - 4 \cdot 2^{2x} = 64$.

B3-8. Найдите корень уравнения $5 \cdot 4^{x-1} = 5$.

B3-9. Найдите корень уравнения $12 \cdot 4^x - 11 = 2^{2x}$.

B3-10. Найдите корень уравнения $2^{x+1} - 16 = 2^x$.

B3-11. Найдите корень уравнения $3 \cdot 5^{x+1} - 4 \cdot 5^x = 275$.

B3-12. Найдите корень уравнения $3^{4-3x} = \frac{1}{9}$.

Ответы к домашнему заданию.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-2	-2	2	0	1	−2,5	2	1	0	4

11	12
2	2

Решить уравнения.

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$$

$$2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} = 5 \cdot 2^x - 6$$

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

Решить уравнение:

$$4^x - 5\cdot 2^x - 24 = 0$$

Нетрудно заметить, что $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2.$

$$2^{2x} - 5\cdot 2^x - 24 = 0$$

Введем новую переменную $\boxed{t = 2^x}$ $\Rightarrow$ $2^{2x} = t^2$

$$t^2 - 5t - 24 = 0$$

$t_1 = 8 \qquad t_2 = -3$

Вернемся к старой переменной, решив уравнения:

1) $2^x = 8$

$2^x = 2^3$

$x = 3$

2) $2^x = -3$

нет решений

(т.к. -3 < 0)

Ответ: $x = 3$

Решить уравнение:

$$2^{x+1}+3\cdot 2^{x-1}=5\cdot 2^{x}-6$$

Все показательные функции соберем в одной части, т.е. $5\cdot 2^{x}$ перенесем влево.

$$2^{x+1}+3\cdot 2^{x-1}-5\cdot 2^{x}=-6$$

Вынесем за скобки общий множитель – степень с меньшим показателем: 2^{x-1}.

$$2^{x-1}(2^{2}+3\cdot 1-5\cdot 2^{1})=-6$$

В скобках записывается результат деления на то выражение, что выносим за скобки, а при делении показатели степеней вычитаются.

$$2^{x-1}(4+3-10)=-6$$

$$2^{x-1}(-3)=-6$$

Разделим обе части уравнения на (-3)

$2^{x-1}=2,$ т.к. $2=2^{1}$

$x-1=1 \quad x=2$

Ответ: $x=2$

Решить уравнение:

$$3\cdot 16^x + 2\cdot 81^x = 5\cdot 36^x$$

Т.к. $36^x \neq 0,$ можно обе части уравнения разделить на 36^x

$$3\cdot\left(\frac{16}{36}\right)^x + 2\cdot\left(\frac{81}{36}\right)^x = 5$$

и выполнить сокращение в скобках

$$3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^x + 2\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x = 5$$

Введем новую переменную $t = \left(\frac{4}{9}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^x = \frac{1}{t}$

$$3t + \frac{2}{t} = 5; \quad 3t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t_1 = 1 \qquad t_2 = \frac{2}{3}$$

Вернемся к старой переменной

1) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = 1; \quad \left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{4}{9}\right)^0$

$x = 0$

2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{2}{3}; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^1$

$2x = 1$

$x = 0{,}5$

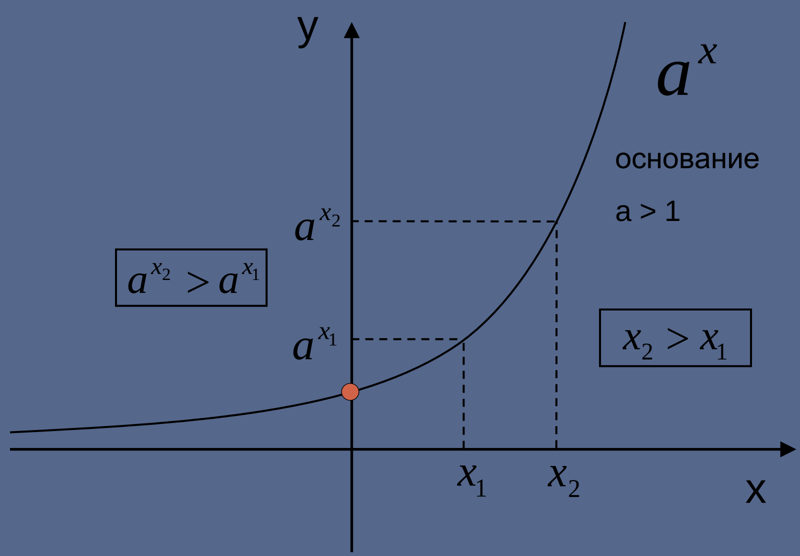
Ответ: $x_1 = 0; \quad x_2 = 0{,}5.$

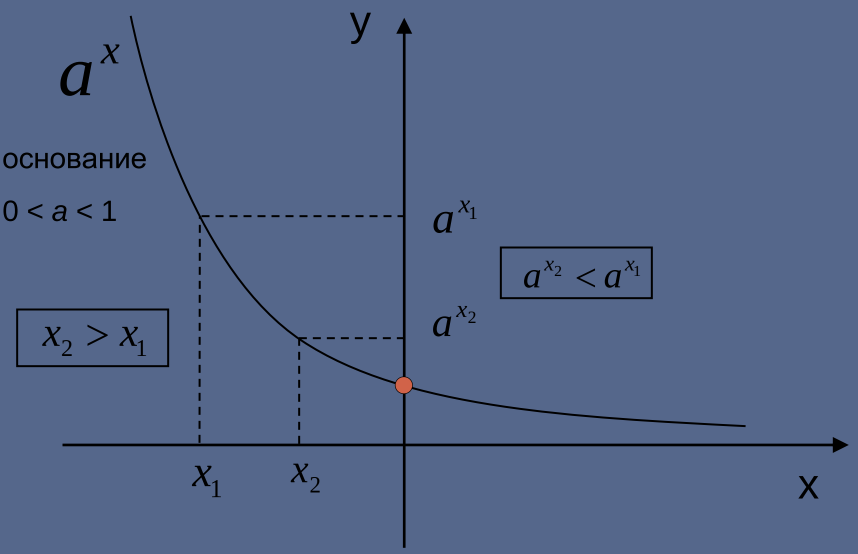
Показательная функция

Функция вида $y = a^x$ (где $a>0$, $a \neq 1$) называется **показательной функцией** с **основанием а.**

Свойства:

1. Область определения: множество R действительных чисел.
2. Множество значений: множество R всех положительных действительных чисел.
3. Монотонность:

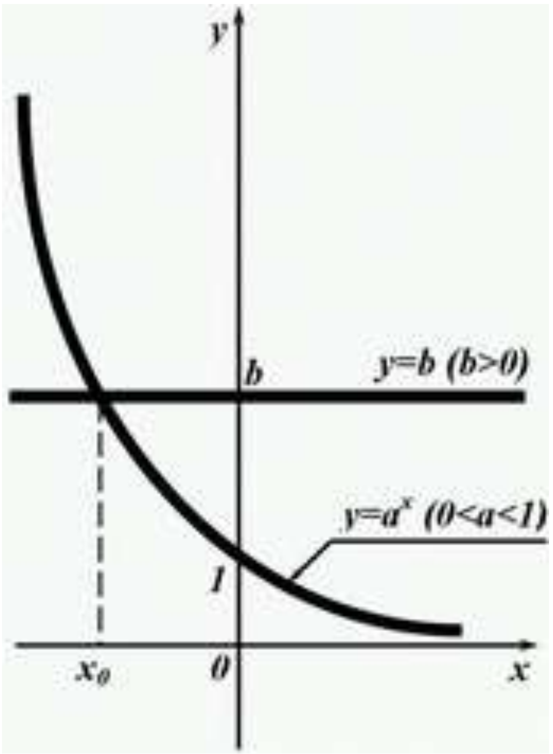


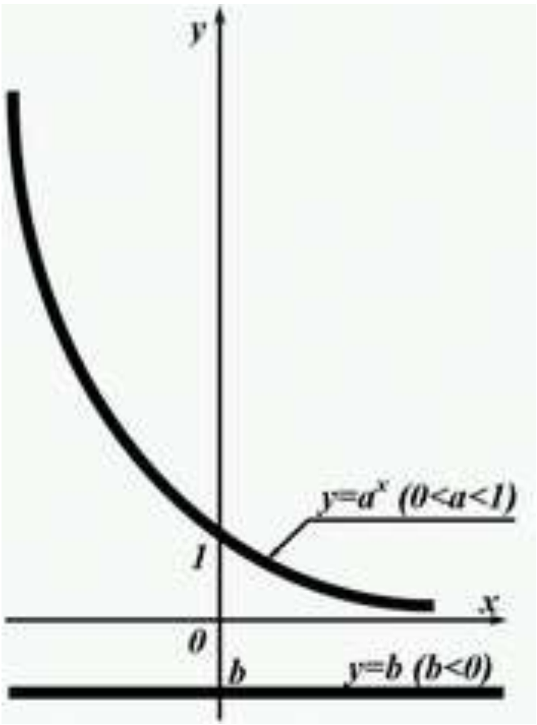


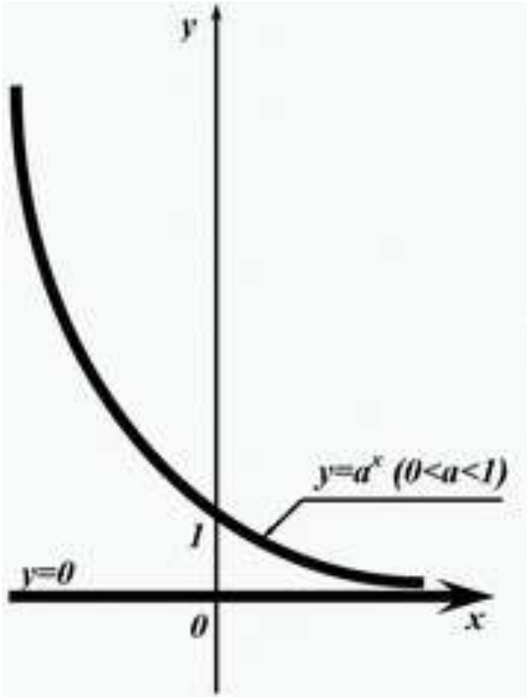
При **основании а > 1** функция является **возрастающей.**

При **основании 0 < a < 1** функция является **убывающей.**

Ещё раз рассмотрим уравнение вида $a^x = b$, сколько же корней может иметь это уравнение и от чего это зависит?







Системы показательных уравнений

Решить систему

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 5^{x-2y}=\dfrac{1}{25} \end{cases}$$

Из первого уравнения выразим x через y и подставим во второе уравнение.

$$\begin{cases} x=1-y \\ 5^{1-y-2y}=5^{-2} \end{cases}$$

Решим второе уравнение, найдем y.

$$1-3y=-2$$

$$-3y=-3$$

$$\underline{y=1} \quad \underline{x=0}$$

Найдем вторую переменную, подставив $y = 1$ в уравнение.

Ответ: $(0;1)$.

Системы показательных уравнений

Решить систему

$$\begin{cases} 27^x = 3^y \\ 3^x = 81^{y+11} \end{cases}$$

Очевидно, что основанием обоих уравнений является число 3.

$$\begin{cases} 3^{3x} = 3^y \\ 3^x = 3^{4(y+11)} \end{cases}$$

Приводим обе части каждого уравнения к одному основанию.

От системы показательных уравнений переходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} 3x = y \\ x = 4y + 44 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = y \\ x = 12x + 44 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -12 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ответ: $(-4;-12)$.

Решить системы.

2. $\begin{cases} 2^x \cdot 7^y = 28, \\ 2^x + 7^y = 11. \end{cases}$

8. $\begin{cases} \dfrac{(4^x - 2^6)(4^x - 16^5)}{(2y-9)(8x-5)} = 0, \\ 5^y = 16 - 2x. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x^{13} = 12^y, \\ x^2 - 11x - 12 = 0. \end{cases}$

10. $\begin{cases} y \cdot 5^x = 2, \\ 2y \cdot 5^{2x+1} = 25. \end{cases}$

6. $\begin{cases} (x+16) \cdot 7^x = 9y, \\ (x+16) \cdot 9^x = 7y. \end{cases}$

12. $\begin{cases} (2x-1)(y^2 + y - 6) = 0, \\ 2^x - 4^y = 0. \end{cases}$

Домашнее задание.

1. $\begin{cases} 3^x = y, \\ 9^x = 2y + 3. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2^x - 3^y = 1, \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 11^x + 8^y = 75, \\ 3 \cdot 11^x + 8^y = 97. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 7^{x+3} \cdot 3^{y-2} = 21, \\ 7^{x+2} + 3^{y+1} = 82. \end{cases}$

5. $\begin{cases} y^2 = 4 \cdot 5^x + 2x + 3, \\ y^2 = 3 \cdot 5^x + 2x + 8. \end{cases}$

11. $\begin{cases} (y^2 + 3y - 4)(3^{x+1} - 27) = 0, \\ 2^x - 4^y = 0. \end{cases}$