

Уважаемые студенты,

Вам необходимо выполнить задание:

Законспектировать решение типовых задач из практической работы. Решить задания к практической работе согласно списка в журнале: если у вас нечетный номер по списку, по решаем Вариант 1, если четный – Вариант 2.

Выполненное задание предоставить на проверку в виде фотоотчета в трехдневный срок на email: xvsviv@rambler.ru

С уважением Светлана Ивановна Хвастова. Если возникнут вопросы, обращаться по телефону: +79591389311 (ватсап, телеграмм).

Практическая работа

«Вычисление вероятностей событий по формуле полной вероятности. Формула Байеса»

Учебная цель: научиться вычислять вероятности событий используя формулу полной вероятности.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Формула полной вероятности часто используется на практике в задачах экономического анализа и в научно-исследовательских работах.

Пусть имеются события H_1, H_2, \dots, H_n , образующие полную группу, и известны вероятности $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$, этих событий, причем в силу их несовместности, имеем:

$$\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1 \quad (1)$$

Будем называть эти события *гипотезами*, если некоторое событие A может произойти или нет лишь вместе с одним из этих событий, и при этом известны условные вероятности наступления события A совместно с каждой из гипотез:

$$P_{H_1}(A), P_{H_2}(A), \dots, P_{H_n}(A)$$

В этом случае следует вычислять вероятность наступления события A по формуле *полной вероятности*:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A) \quad (2)$$

Вероятность наступления события A равна сумме произведений вероятностей каждой из гипотез $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ на соответствующие условные вероятности события A при условии наступления соответствующей гипотезы.

По *формуле полной вероятности* можно вычислять, например, вероятность попадания на сборку стандартной детали из общей партии деталей, изготовленных на нескольких станках, если для каждого станка известны его доля в общем выпуске деталей и процент стандартных деталей в общем числе выпускаемых деталей, а также другие аналогичные задачи.

Примеры по выполнению практической работы

Пример 1. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,04, а в период экономического кризиса — 0,13. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

Решение: обозначим A — событие, состоящее в том, что клиент банка не вернет полученный кредит. Это может произойти совместно с одной из заданных гипотез: H_1 — экономический рост; H_2 — экономический кризис.

По условию задачи: $P(H_1) = 0,65$; $P(H_2) = 0,35$;

$$P_{H_1}(A) = 0,04; \quad P_{H_2}(A) = 0,13.$$

Используем формулу полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) = 0,65 \cdot 0,04 + 0,35 \cdot 0,13 = 0,0715.$$

Пример 2. В учебном пособии по физике имеется 45 задач к первому разделу, 30 задач ко второму и 35 задач к третьему разделу дисциплины. Шансы студента правильно решить задачу из первого раздела оцениваются в 80%, из второго — в 65 %, из третьего — 85%. Студент наудачу открывает пособие. Определите вероятность, что он решит случайно выбранную задачу.

Решение: обозначим A — событие, состоящее в том, что студент решит случайно выбранную задачу. Это может произойти совместно с одной из следующих гипотез:

H_1 - задача из первого раздела; H_2 - задача из второго раздела; H_3 - задача из третьего раздела. Определим вероятности гипотез:

$$P(H_1) = \frac{45}{110} = \frac{9}{22} \approx 0,409; \quad P(H_2) = \frac{30}{110} = \frac{3}{11} \approx 0,273;$$

$$P(H_3) = \frac{35}{110} = \frac{7}{22} \approx 0,318;$$

Запишем условные вероятности:

$$P_{H_1}(A) = 0,8; \quad P_{H_2}(A) = 0,65; \quad P_{H_3}(A) = 0,85.$$

Для вычисления вероятности того, что студент решит задачу, используем формулу полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + P(H_3)P_{H_3}(A) = 0,409 \cdot 0,8 + 0,273 \cdot 0,65 + 0,318 \cdot 0,85 = 0,77495$$

Задания для практического занятия:

Вариант 1

1. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин страдают дальтонизмом. Найти вероятность того, что наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом;

2. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый дает в среднем 0,2 % брака, второй – 0,1 % брака, продукция, поступающая с третьего автомата, не содержит бракованных изделий. На сборку поступило 2000 изделий с первого автомата, 3000 деталей со второго автомата и 5000 изделий с третьего автомата. Найти вероятность того, что деталь, наугад выбранная из всех деталей, будет бракованной.

3. Из первой урны, содержащей 8 белых и 4 черных шара, наугад переложили один шар во вторую урну, содержащую 2 белых и 3 черных шара. Затем из второй урны наугад извлекли один шар. Какова вероятность того, что извлеченный из второй урны шар оказался белым?

4. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

5. Курортная гостиница планирует наплыв отдыхающих в течение летнего времени и проводит бронирование номеров. Поскольку в этом виде бизнеса очень высокая конкуренция, то важно, чтобы все номера были заняты отдыхающими. Руководство гостиницы предполагает, что вероятность того, что в июле гостиница будет заполнена, если погода будет солнечная, равна 0,92, если погода будет дождливая, — 0,72. По оценкам синоптиков, в течение июля будет 75% солнечных дней. Чему равна вероятность того, что гостиница будет заполнена в течение июля?

Вариант 2

1. В библиотеке на столе расположены три стопки книг, в первой стопке находятся 5 учебников и 6 задачников по математике, во второй стопке 4 учебника и 7 задачников, в третьей стопке — 8 учебников и 5 задачников. Библиотекарь наугад выбирает одну из трех стопок, а из нее наудачу выбирает одну книгу. Найти вероятность того, что это был задачник по математике?

2. В специализированную клинику поступают больные с одним из заболеваний А, В и С: в среднем 50% больные с заболеванием А, 30% с заболеванием В и 20% с заболеванием С, Вероятности полного излечения от этих заболеваний равны соответственно 0,95, 0,90 и 0,85. Какова вероятность того, что выбранный наугад пациент клиники будет вылечен полностью?

3. Из первой урны, содержащей 5 белых и 3 черных шара, наугад переложили два шара во вторую урну, содержащую 2 белых и 6 черных шаров. Затем из этой урны извлекли один шар. Какова вероятность того, что извлеченный из второй урны шар оказался белым?

4. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых. Во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару,

а затем из этих двух шаров взят наудачу один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

5. На конвейер поступают детали, производимые тремя станками, при этом первый станок производит 50% всех деталей, второй — 30%, а третий — 20%. Если на конвейер попадает деталь с первого станка, то вероятность того, что она будет исправна, равна 0,98, второй станок выпускает детали с надежностью 0,95, а третий — с надежностью 0,8. Определите вероятность того, что с конвейера сошла негодная деталь.

Контрольные вопросы;

1. Какая группа событий называется полной?
2. Чему равна сумма вероятностей полной группы случайных событий?
3. Какие события называют гипотезами? Чему равна сумма вероятностей гипотез?
5. Для каких случайных событий вероятность определяется по формуле полной вероятности?
6. Назовите формулу вычисления полной вероятности и поясните ее смысл.