

## Уважаемые студенты!

### Задание

1. Прочитать внимательно лекцию.
2. Законспектировать материал лекции с примерами, скриншоты выполненных заданий прислать в фотоотчете на электронную почту

С уважением, Хвастова Светлана Ивановна

!!! Если возникнут вопросы обращаться по телефону 0721389311 (ватсап). Электронная почта: [xvsviv@rambler.ru](mailto:xvsviv@rambler.ru)

### Формула Бейеса

Предположим, что производится некоторый опыт, причем об условиях его проведения можно высказать  $n$  единственно возможных и несовместных гипотез  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , имеющих вероятности  $P(H_i)$ . Пусть в результате опыта может произойти или не произойти событие  $A$ , причем известно, что если опыт происходит при выполнении гипотезы  $H_i$ , то  $P_{H_i}(A) = p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

Спрашивается, как изменятся вероятности гипотез, если стало известным, что событие  $A$  произошло? Иными словами, нас интересуют значения вероятностей  $P_A(H_i)$ . На основании соотношений (4) и (5) имеем

$$P(H_i A) = P_A(H_i)P(A) = P_{H_i}(A)P(H_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

откуда

$$P_A(H_i) = \frac{P_{H_i}(A)P(H_i)}{P(A)}$$

Но по формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A) = \sum_{k=1}^n P(H_k)P_k$$

Поэтому

$$P_A(H_i) = \frac{P_{H_i}(A)P(H_i)}{\sum_{k=1}^n P(H_k)P_k} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

Формула (12) называется формулой Бейеса\*.

**Пример.** На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на 1-м заводе, 460—на 2-м и 340 - на 3-м. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным, для 1-го завода равна 0,03, для 2-го — 0,02, для 3-го — 0,01. Взятый наудачу подшипник оказался н естандартным. Какова вероятность того, что он изготовлен 1-м заводом?

**Решение:** Пусть  $A$  — событие, состоящее в том, что взятый Подшипник нестандартный, а  $H_1, H_2, H_3$  - гипотезы, что он изготовлен соответственно 1-м, 2-м или 3-м заводом. Вероятности указанных гипотез составляют

$$P(H_1) = \frac{200}{1000} = 0,2$$

$$P(H_2) = \frac{460}{1000} = 0,46$$

$$P(H_3) = \frac{340}{1000} = 0,34$$

Из условия задачи следует, что

$$p_1 = P_{H_1}(A) = 0,03$$

$$p_2 = P_{H_2}(A) = 0,02$$

$$p_3 = P_{H_3}(A) = 0,01$$

Найдем  $P_A(H_1)$ , т. е. вероятность того, что подшипник, оказавшийся нестандартным, изготовлен 1-м заводом. По формуле Байеса имеем

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1)p_1}{P(H_1)p_1 + P(H_2)p_2 + P(H_3)p_3} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{0,2 \cdot 0,03 + 0,46 \cdot 0,02 + 0,34 \cdot 0,01} \approx 0,322$$

Таким образом, вероятность гипотезы, что подшипник изготовлен 1-м заводом, изменилась после того, как стало известно, что он нестандартен.