

Задание:

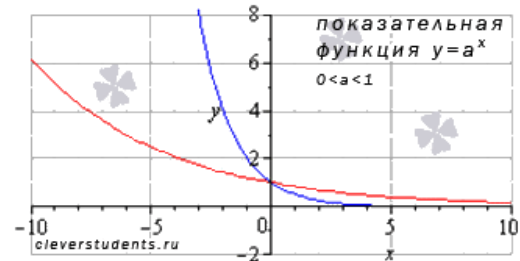
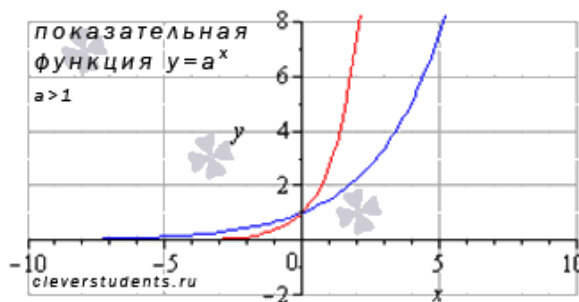
- Изучить теоретический материал;
- Решить самостоятельную домашнюю работу;
- Фотоотчёт конспекта и выполненной работы прислать в течении двух календарных дней на lid.lyashenko2020@gmail.com

Тема: Показательная функция, её свойства

Показательной функцией называется функция вида $f(x)=a^x$, где a – некоторое положительное действительное число, называемое *основанием степени*. При $a=1$ значение показательной функции при любом значении аргумента равно единице, и случай $a=1$ далее не будет рассматриваться.

Свойства:

1. Область определения функции – вся числовая прямая.
2. Область значения функции – множество всех положительных чисел.
3. При $a>1$ функция монотонно возрастает, при $a<1$ монотонно убывает.
4. Показательная функция имеет обратную функцию, называемую логарифмической функцией.
5. График любой показательной функции пересекает ось Oy в точке $y=1$.
6. График показательной функции – кривая, направленная вогнутостью вверх.



Показательным уравнением называется уравнение, в котором неизвестное x входит только в показатели степени при некоторых постоянных основаниях.

Так как показательная функция a^x монотонна и ее область значений $(0;+\infty)$, то простейшее показательное уравнение $a^x=b$ имеет корень при $b>0$. Именно к виду $a^x=b$ надо сводить более сложные уравнения.

1. Простейшие уравнения:

а) $2^{x-5} = 16$

Приведение обеих частей к общему основанию:

$$2^{x-5} = 2^4 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} x-5 &= 4, \\ x &= 9. \end{aligned}$$

Ответ: 9.

б) $3^x = -9$

Так как показательная функция принимает только положительные значения, то данное уравнение не имеет решений.

Ответ: нет решений.

2. Уравнения, решаемые с помощью вынесения общего множителя за скобки.

$$7^x + 7^{x+2} = 350$$

$$7^x + 7^x \cdot 7^2 = 350$$

$$7^x(1 + 49) = 350$$

$$7^x = 350 : 50$$

$$7^x = 7$$

$$x = 1$$

Ответ: $x=1$.

3. Уравнения, решаемые с помощью введения новой переменной.

$$16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$$

Пусть $4^x = t$, где $t > 0$, тогда уравнение примет вид:
 $t^2 - 17t + 16 = 0$

Данное квадратное уравнение является приведенным, по теореме Виета получим:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 17 \\ t_1 \cdot t_2 = 16 \end{cases}$$

$$t_1=1, t_2=16$$

Если $t_1 = 1$, то $4^x = 1$, $4^x = 4^0$, $x_1 = 0$.

Если $t_1 = 16$, то $4^x = 16$, $4^x = 4^2$, $x_2 = 2$

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

4. Графический метод.

Решить уравнение: $4^x = 5-x$

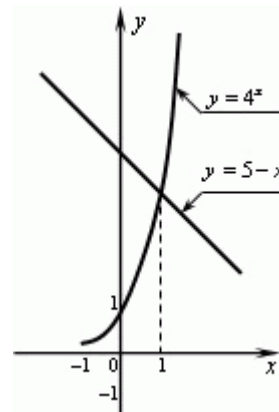
В одной координатной плоскости строят графики функций $y = 4^x$ и $y = 5-x$

Решением уравнения является абсцисса точки пересечения графиков функций

$y = 4^x$ и $y = 5-x$

Проверка: $x = 1$, $4^1 = 5-1$, $4 = 4$ (верно)

Ответ: $x = 1$.



Примеры.

$$1. 3^{x^2-9x+20} = 1$$

$$3^{x^2-9x+20} = 3^0$$

Так как $3 > 0$ и $3 \neq 1$, то

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

По теореме Виета получаем:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ x_1 \cdot x_2 = 20 \end{cases}$$

$$x_1=4, x_2=5.$$

Ответ: $x_1 = 4$, $x_2 = 5$.

$$2. 3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$$

Применяя соответствующие формулы свойства степеней, получим:

$$3^x 3^{-1} - 3^x + 3^x 3 = 63$$

Выносим общий множитель за скобки:

$$3^x (3^{-1} - 1 + 3) = 63$$

$$3^x \cdot 3 = 63$$

$$3^x = \frac{63}{3}$$

$$3^x = 21$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$.

$$3. \quad 3^{-x} = -\frac{3}{x}$$

Решением этого уравнения является точка

пересечения графиков функций $y = 3^{-x}$ и $y = -\frac{3}{x}$

Ответ: $x = -1$.

$$4. \quad 64^x - 8^x - 56 = 0$$

$$(8^2)^x - 8^x - 56 = 0 \text{ или}$$

$$(8^x)^2 - 8^x - 56 = 0$$

Введем новую переменную $t = 8^x$, тогда уравнение примет вид:

$$t^2 - t - 56 = 0$$

По теореме Виета:

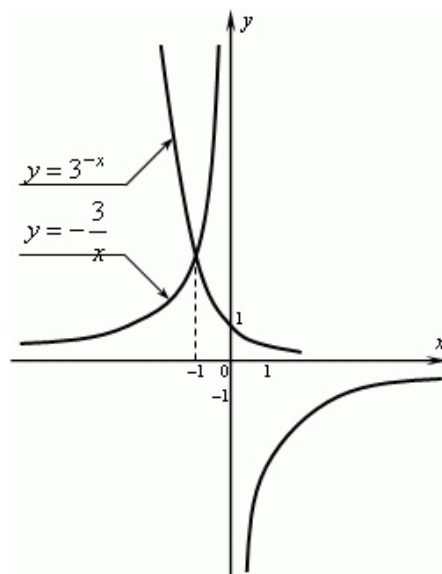
$$t_1 + t_2 = 1$$

$$t_1 \cdot t_2 = -56$$

$t_1 = 8$, $t_2 = -7$ (не удовлетворяет, так как показательная функция принимает только положительные значения)

Если $t_1 = 8$, то $8^x = 8$, $8^x = 8^1$, $x = 1$.

Ответ: $x = 1$.



!!! Домашняя самостоятельная работа.

I вариант	II вариант
Решите уравнения.	Решите уравнения.
1. $5^{2-3x} = 1/25$; 2. $6^{x+2} - 2 \cdot 6^x = 34$; 3. $4 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$; 4. $5^{2x+5} - 2^{2x+10} + 3 \cdot 5^{2x+2} - 2^{2x+8} = 0$; 5. $25^x = 7^{2x}$; 6. $3^x = -x - 2/3$.	1. $4^{1-2x} = 1/16$; 2. $2^{x+3} + 3 \cdot 2^{x+1} = 28$; 3. $6 \cdot 3^{2x} - 3^x - 5 = 0$; 4. $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$. 5. $2^{2x} = 91^x$; 6. $5^x = -x + 6$.